2. Raum und Zeit

2.1 Relativität der Gleichzeitigkeit

Der erste Stoß gegen die Grundlagen der klassischen Physik kam von der Speziellen Relativitätstheorie Albert Einsteins[1]. Sie brachte eine neue Vorstellung von Raum und Zeit.

Absoluter Raum, absolute Zeit bei *Newton*

Wer die Spezielle Relativitätstheorie nicht kennt, wird als selbstverständlich annehmen, daß die Bedeutung des Begriffs „zugleich" klar ist: Selbst wenn von zwei entfernten Ereignissen nicht feststellbar ist, ob sie zugleich stattfinden, so sei doch klar, was *gemeint* ist mit der Behauptung, sie seien gleichzeitig. Newton hat diese selbstverständlich scheinende Annahme ausdrücklich formuliert als die Behauptung eines *absoluten Raums* und einer *absoluten Zeit:*

> Bis jetzt habe ich zu erklären versucht, in welchem Sinne weniger bekannte Benennungen in der Folge zu verstehen sind. *Zeit, Raum, Ort* und *Bewegung* als allen bekannt erkläre ich nicht. Ich bemerke nur, daß man gewöhnlich diese Größen nicht anders als in bezug auf die Sinne auffaßt, und so gewisse Vorurteile entstehen, zu deren Aufhebung man sie passend in absolute und relative, wahre und scheinbare, mathematische und gewöhnliche unterscheidet.
>
> I. *Die absolute, wahre* und *mathematische* Zeit verfließt an sich und vermöge ihrer Natur gleichförmig und ohne Beziehung auf irgendeinen äußern Gegenstand. Sie wird auch mit dem Namen *Dauer* belegt.
>
> Die relative, scheinbare und gewöhnliche Zeit ist ein fühlbares und äußerliches, entweder genaues oder ungleiches Maß der Dauer, dessen man sich gewöhnlich statt der wahren Zeit bedient, wie Stunde, Tag, Monat, Jahr.
>
> – Die natürlichen Tage, die gewöhnlich als Zeitmaß für gleich gehalten werden, sind nämlich eigentlich ungleich. Diese Ungleichheit verbessern die Astronomen, indem sie die Bewegung der Himmelskörper nach der richtigen Zeit messen. Es ist möglich, daß keine gleichförmige Bewegung existiert, durch welche die Zeit genau gemessen werden kann, alle Bewegungen können beschleunigt oder verzögert werden; allein der Verlauf der *absoluten* Zeit kann nicht geändert werden. – –

[1] Albert Einsteins (1905).

> II. Der absolute Raum bleibt vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf einen äußern Gegenstand stets gleich und unbeweglich.
> Der relative Raum ist ein Maß oder ein beweglicher Teil des ersteren, welcher von unsern Sinnen durch seine Lage gegen andere Körper bezeichnet und gewöhnlich für den unbeweglichen Raum genommen wird. – –

*Newton*s Eimerversuch

Die Schwierigkeit Einsteins war es, überhaupt eine von der Newtonschen abweichende Vorstellung zu entwerfen. Angenommen, es gibt keinen absoluten Raum, was würde das physikalisch bedeuten? Newton argumentiert für den absoluten Raum mit seinem *Eimerversuch:*

> „Die wirkenden Ursachen, durch welche absolute und relative Bewegungen voneinander verschieden sind, sind die Fliehkräfte von der Achse der Bewegung. Bei einer nur relativen Kreisbewegung existieren diese Kräfte nicht, aber sie sind kleiner oder größer, je nach Verhältnis der Größe der (absoluten) Bewegung. Man hänge z. B. ein Gefäß an einem sehr langen Faden auf, drehe dasselbe beständig im Kreise herum, bis der Faden durch die Drehung sehr steif wird; hierauf fülle man es mit Wasser und halte es zugleich mit letzterem in Ruhe. Wird es nun durch eine plötzlich wirkende Kraft in entgegengesetzte Kreisbewegung gesetzt und hält diese, während der Faden sich ablöst, längere Zeit an, so wird die Oberfläche des Wassers anfangs eben sein, wie vor der Bewegung des Gefäßes; hierauf, wenn die Kraft allmählich auf das Wasser einwirkt, bewirkt das Gefäß, daß dieses (das Wasser) merklich sich umzudrehen anfängt. Es entfernt sich nach und nach von der Mitte und steigt an den Wänden des Gefäßes in die Höhe, indem es eine hohle Form annimmt. (Diesen Versuch habe ich selbst gemacht.)"

Der Eimer dreht sich im absoluten Raum

Der *wahren* Bewegung entspricht nach Newton die Beschreibung im absoluten Raum. Gehen wir aber nun in den Raum, der sich mit dem Eimer dreht: In diesem Raum steht der Eimer still, das Wasser dreht sich am Anfang schnell und hat dabei eine waagrechte Oberfläche; mit der Zeit dreht sich das Wasser langsamer, steigt dabei an den Rändern und sinkt in der Mitte ein. Das ist ein Bild, das im absoluten Raum nicht auftreten kann. Es scheinen geheimnisvolle Kräfte zu wirken. Diese Kräfte lassen sich gerade dadurch *erklären,* nach Newton, daß der Eimer sich im absoluten Raum dreht. – Akzeptieren wir dieses Argument Newtons! Danach können wir absolute Drehung, allgemeiner: absolute Beschleunigung, von absoluter Nichtbeschleunigung unterscheiden. Wir können aber nicht innerhalb eines Systems feststellen, ob es gegen den absoluten Raum *gleichförmig* bewegt ist. Eine Bewegung zeigt sich gewöhnlich gegen etwas Ruhendes. Wenn sich ein

Schiff im Wasser bewegt, das sich seinerseits in einem Flußbett bewegt, dann wird das Schiff sich stromabwärts schnell bewegen, stromaufwärts langsam, wenn die Bewegung des Schiffes im Wasser in beiden Richtungen gleich schnell verläuft – ein Beispiel für die bekannte Zusammensetzung von Relativbewegungen. Ähnlich ist es mit der Schallgeschwindigkeit: Die Schallwellen bewegen sich in der Luft, ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit über die Erde ist also in der Windrichtung größer als gegen den Wind.

Wogegen bewegt sich das Licht?

Interessant wird die Frage bei elektromagnetischen Wellen, z. B. beim Licht: Die Wellen scheinen keinen Träger zu haben, sie können sich auch im Vakuum bewegen. Im Vergleich wozu gilt also die Lichtgeschwindigkeit? Gegen den absoluten Raum? Oder bewegen sich die Lichtwellen doch in einem Träger, dem Äther? Oder kann man dem Vakuum einen Bewegungszustand zuschreiben; ist das vielleicht noch etwas anderes als das, was man mit dem absoluten Raum meint? – In der fundamentalen Theorie des Lichts, der Maxwellschen Elektrodynamik, ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, c, eine universelle Konstante, die nicht von einer Richtung oder einer Bewegung abhängt. Sie wird abgeleitet aus zwei anderen universellen Konstanten, $\odot_0$ und $\mp_0$[2], die in Zusammenhängen auftreten, in denen es sehr fern liegt, eine Abhängigkeit vom Bewegungszustand anzunehmen, z. B. bei der Wirkung von Kondensatoren oder Elektromagneten.

Abschaffung des Äthers

Als diese Frage akut wurde, hat A.A.Michelson, später zusammen mit E.W.Morley, in sehr sorgfältigen Interferenzexperimenten nachgewiesen, daß die Lichtgeschwindigkeit, auf der Erde gemessen, in allen Richtungen gleich ist, daß das Licht sich also tatsächlich nicht in einem absoluten Raum bewegt, in dem auch die Erde bewegt ist. Dieses Ergebnis würde bei Annahme eines Äthers bedeuten, daß der Äther sich vollständig mit der Erde mitbewegt; das aber ist wieder mit anderen Experimenten unvereinbar[3].

Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

Das Michelson-Experiment bestätigt also die Maxwellsche Elektrodynamik darin, daß die Phasengeschwindigkeit c der elektromagnetischen Wellen im Vakuum eine universelle Konstante ist[4]. Die große Leistung Einsteins ist es, daß er diese „Konstanz der Lichtgeschwindigkeit" ernst nimmt und bis in scheinbar abwegige Konsequenzen durchdenkt. Denn überraschend sind die Folgerungen aus dieser scheinbar harmlosen Grundannahme schon; man muß ja eine Beschreibung finden, bei der z. B. ein einziger Lichtblitz sich gegenüber einem fahrenden Zug mit derselben Geschwindigkeit bewegt wie gegenüber dem Bahndamm. Wenn man das verstehen will, muß man sich ganz neu überlegen, was überhaupt Geschwindigkeit bedeutet, was also die Längen und Zeiten bedeuten, die dabei eine Rolle spielen.

---

2 Die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit c = $\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

3 Das wird sehr sorgfältig bei Born 1964 dargestellt; vgl. auch Einstein (1917).

4 Vgl. zu dieser Frage auch Mittelstaedt (1976).

Der Blitz in der Eisenbahn

Es zeigt sich unter anderem, daß der Begriff der Gleichzeitigkeit neu überdacht werden muß, wie man beim folgenden Beispiel leicht sieht[5]: Betrachten wir einen fahrenden Eisenbahnzug, in dessen Mitte sich ein Licht-Blitz-Apparat L befindet, und an dessen beiden Enden, gleichweit von dem Blitzapparat entfernt, zwei Registriergeräte für Lichtblitze, A und B, aufgebaut sind (Abb. 2.1). Versetzen wir uns zunächst als Mitreisende in den Zug. Nach unserer Hypothese ist der fahrende Zug ein ebenso gutes Bezugssystem wie jedes andere auch, die Lichtgeschwindigkeit ist also auch im Zug von der Richtung unabhängig. Ein Lichtblitz wird daher von den beiden gleichweit entfernten Geräten A und B *zugleich* registriert werden. – Betrachten wir nun dieselbe Anordnung, diesmal aber vom Bahndamm aus, neben dem vorbeifahrenden Zug. Für die Messung vom Bahndamm aus ist die Lichtgeschwindigkeit – das war unsere Hypothese – ebenfalls von der Richtung unabhängig. Während der Laufzeit des Lichtsignals bewegt sich aber der Zug weiter (Abb. 2.2), so daß das Signal bis B nur eine kürzere Strecke zurückzulegen hat als bis A; der Lichtblitz ist bei B *früher* zu sehen als bei A. Die beiden Ereignisse „Ankunft des Lichtsignals bei A“ und „Ankunft des Lichtsignals bei B“, die im Zug betrachtet gleichzeitig sind, sind vom „Bahndamm-System“ aus gesehen nicht gleichzeitig[6].

2.2 Lorentz-Transformationen

Abstand in einem bewegten System

Aufgrund entsprechender Überlegungen kann man sehen, daß auch eine Strecke je nach „Bezugssystem“ verschiedene Längen haben kann: Der *Abstand* zweier Körper in einem System, in dem beide Körper ruhen, ist als das definiert, was mit einem Maßstab gemessen wird. Wollen wir einen Abstand von bewegten Körpern messen – was mit Maßstäben nicht geht –, dann müssen wir uns helfen, indem wir die Orte auf einem bewegten Körper in einem bestimmten Augenblick mit den Orten auf einem ruhenden Körpern vergleichen. Wie wir eben gesehen haben, hängt die Gleichzeitigkeit, d.h. der „bestimmte Augenblick“, vom Bewegungszustand des Systems ab, in dem gemessen wird; also kann auch die gemessene Länge vom Bewegungszustand abhängen.

Lorentz-Kontraktion

Nehmen wir an, jemand möchte vom fahrenden Zug aus auf der Schiene eine Strecke der Länge x markieren. Er kann dazu eine Vorrichtung wie oben benutzen, bei der die Geräte A und B im Abstand x voneinander angebracht sind und je einen Hilfsapparat angebaut haben, der eine Marke auf der Schiene anbringt in dem Augenblick, in dem ein Lichtblitz das Gerät trifft. Vom Zug aus beschreibt man die Situation also so: Die beiden Marken werden *zugleich* von zwei Apparaten angebracht, die den Abstand x haben; die Marken haben also – definitionsgemäß – den Abstand x. An der Schiene selbst gemessen haben die Marken aber einen größeren Abstand als x; denn wie wir gesehen haben, werden im Bahndamm-System die Marken gar nicht gleichzeitig angebracht: Vom Bahndamm aus gesehen wird zuerst die hintere Marke (B) angebracht, und erst einige Zeit später die

[5] Vgl. Einstein (1917).

[6] Eine einfache Berechnung dazu findet sich im Mathematisch-Physikalischen Anhang.

vordere, wenn der Zug schon weitergefahren ist. Der Abstand der Marken ist also in ihrem Ruhsystem größer als vom bewegten System aus gesehen; das ist die berühmte „Lorentz-Kontraktion"[7].

Lorentz-
Transformationen

Damit sind im Prinzip die Lorentz- (bzw. Poincaré-) Transformationen der speziellen Relativitätstheorie abgeleitet, denn es ist klar, daß das Ergebnis nicht an dem speziellen Beispiel mit Zügen und Gleisen hängt. Die Argumentation läßt sich streng axiomatisch durchführen, darüber gibt es eine umfangreiche Literatur; es zeigt sich, daß die Struktur des Arguments im wesentlichen die vorgeführte ist: Ausgangspunkt war die Existenz gleichberechtigter Bezugssysteme und eines „Signals", das in jedem System dieselbe (endliche) Geschwindigkeit hat. Daraus folgt unmittelbar, daß es vom Bewegungszustand des Systems abhängt, welche Ereignisse gleichzeitig sind. Das ist der Kernpunkt der speziellen Relativitätstheorie und zugleich der Punkt, der am wenigsten anschaulich ist. – Aus der Relativität der Gleichzeitigkeit folgt die Lorentz-Kontraktion, wie oben angedeutet, und entsprechend der gesamte Formalismus der Speziellen Relativitätstheorie[8]. Insbesondere geht daraus hervor, daß die universelle Geschwindigkeitskonstante c, von der wir ausgegangen waren, die höchste Geschwindigkeit überhaupt ist. Wenn es also überhaupt eine universelle Geschwindigkeit gibt, dann gibt es nur eine, und sie ist Grenzgeschwindigkeit.

2.3. Trägheit der Energie

$E = m \cdot c^2$

Ein weiteres Ergebnis der Speziellen Relativitätstheorie ist die *Trägheit der Energie* – wohlbekannt unter der Formel

$$E = m\, c^2,$$

welche die Gleichheit von Masse und Energie besagt, bis auf den konstanten Faktor c^2 (der von den verwendeten Maß-Definitionen abhängt, etwa Meter und Sekunde). *Masse* ist das Maß für die *Trägheit* eines Körpers: Hat ein Körper große Masse, dann muß man eine Kraft länger auf ihn einwirken lassen, um ihn auf eine bestimmte Geschwindigkeit zu bringen, als es auf einen Körper mit geringer Masse notwendig wäre, oder man muß eine größere Kraft dieselbe Zeit einwirken lassen. Man drückt die „Wucht", die der Körper dadurch bekommt, als den *Impuls* p des Körpers aus, etwa beschreibbar als die gesammelte Kraft, die für seine Beschleunigung aufgewandt worden ist. Der Impuls ist proportional zur Masse und proportional zur Geschwindigkeit

$$p = m\, v,$$

und – das ist das Interessante – bei Stößen zwischen Körpern ändert sich der Gesamtimpuls nicht, sie können sich ihre „Wucht" gegenseitig übertragen. Das Gesetz von der Trägheit der Energie besagt nun, daß ein Körper mit hoher Geschwindigkeit *mehr* Impuls hat, als nach dieser Geschwindigkeit und seiner (bei niedrigen Geschwindigkeiten ermittelten) Masse zu erwarten wäre; man kann das so ausdrücken, daß die bewegte Masse größer ist als die „Ruhmasse"[9].

---

7 Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang.
8 Hierzu gibt es gute Darstellungen, wie z.B. Born (1964), Mittelstaedt (1976).
9 Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang.

2.4 Minkowski-Raum

Raum und Zeit nicht trennbar

Die Relativität der Gleichzeitigkeit zwingt uns, die Newtonschen Vorstellungen von Raum und Zeit zu revidieren. Es genügt dabei nicht, auf die Auszeichnung eines absoluten Raums zu verzichten und alle Inertial-Räume gleich zu behandeln. Wir müssen auf die Vorstellung eines Raums, der irgendwie vorhanden ist und sich in der Zeit ändert, überhaupt verzichten; Raum und Zeit lassen sich nicht mehr in dieser Weise trennen.

Alles, was sich verändert, verändert sich *im Raum*. Was ist der Raum zu einer bestimmten Zeit? Mit *dem Raum* meine ich die Gesamtheit der Zustände an allen Orten zu einer Zeit, also *gleichzeitig*. Da aber „gleichzeitig“ nur für einen bestimmten Bewegungszustand einen Sinn hat, ist auch das, was ich „den Raum“ nennen kann, vom Bewegungszustand des Beschreibenden abhängig. Einen einfach *vorhandenen* Raum, unabhängig von der Beschreibungsweise, gibt es daher nicht.

Bildfahrplan der Bahn

Betrachten wir zur näheren Erläuterung einen Bildfahrplan der Bahn (Abb. 2.3) – der Eisenbahnbetrieb scheint sich besonders zur Illustration der Speziellen Relativitätstheorie zu eignen.

Waagrecht ist eine Raumdimension eingetragen, etwa die Streckenlänge entlang dem Bahngleis; senkrecht[10] ist die Uhrzeit angeschrieben. Die Bewegung eines Zugs von München nach Dachau erscheint als Linie von links oben nach rechts unten. Das ist ein bewährtes Darstellungsmittel und hat so weit noch nichts mit Relativitätstheorie zu tun. Deren Besonderheiten werden in dieser Darstellung auch gar nicht sichtbar, denn ein Lichtsignal braucht für die dargestellten 30 km ca. 100 µsec. Die Linie für ein Lichtsignal wäre also in dem Bildfahrplan auch bei feinster Zeichnung nicht von einer waagrechten Linie zu unterscheiden, das Signal käme praktisch in demselben Augenblick an, in dem es abgeschickt ist.

Um die relativistischen Effekte sichtbar zu machen, ändern wir die Maßstäbe so, daß die Linie eines Lichtsignals unter 45° erscheint; dann erscheint die Linie eines Eisenbahnzugs praktisch senkrecht (Abb. 2.4).

Ereignis und Weltlinie in der Raum-Zeit

Was bedeutet irgendeine Stelle auf der Zeichnung Abb. 2.3 oder Abb. 2.4 (d. h. ein Punkt im Koordinatensystem von x und t)? Diese Stelle hat als Koordinaten einen Ort auf einer Strecke und eine Uhrzeit, sie bezeichnet also ein mögliches *Ereignis* in einem eindimensionalen Raum (z. B. auf einer Bahnstrecke). Die Bewegung irgendeines Gegenstandes auf der Bahnstrecke erscheint dann in der Zeichnung als eine Linie, seine „Weltlinie“. Die senkrechte Achse („t“) ist zugleich die Weltlinie eines Raumpunkts, der in dem hier dargestellten System in Ruhe ist, er hat immer die Ortskoordinate 0. Die waagrechte Achse bezeichnet den Raum aller – im dargestellten System – gleichzeitigen Ereignisse zur Zeit 0.

Gleichzeitige Ereignisse?

Betrachten wir nun ein System, das sich gegen das eben betrachtete mit der halben Lichtgeschwindigkeit, $v = \frac{1}{2} \cdot c$, bewegt. Dessen Raumnullpunkt – so definieren wir – fällt zur Zeit Null mit dem eben betrachteten zusammen; seine „Weltlinie“ ist in dem obigen Koordinatensystem gestrichelt eingezeichnet.

---

[10] Beim Eisenbahnbetrieb von oben nach unten, in der Physik üblicherweise von unten nach oben.

In dem bewegten System sind nun, gemäß der Relativität der Gleichzeitigkeit (2.1), *andere* Ereignisse gleichzeitig mit dem Ereignis, daß die Nullpunkte der beiden Systeme zusammenfallen. Wir haben oben gesehen, daß von den beiden im Zug gleichzeitigen Ereignissen am Bahndamm das „hintere“ (B) früher ist, das „vordere“ (A) später. Wir zeichnen in Abb. 2.5 eine Gesamtheit von Ereignissen (kurz gestrichelt) ein, die im neuen System gleichzeitig sind. In dem bewegten System ist das der Raum gleichzeitiger Ereignisse zur Zeit 0.

Wir sehen hier noch einmal: Man kann gar nicht von *dem* Raum zur Zeit *t* sprechen, sondern es gibt eine Gesamtheit von Raum-Zeit-Ereignissen, in der man auf verschiedene Weise Ereignisse als „*ein* Ort zu verschiedenen Zeiten“, oder eine andere Sammlung von Ereignissen, als „der Raum zu *einer* Zeit“ auszeichnen kann.

Der vierdimensionale *Minkowski*-Raum

Was wir hier für *eine* Raumdimension (das „Bahngleis“) vorgeführt haben, läßt sich ganz entsprechend auch für drei Raumdimensionen einführen – nur kann man das nicht aufzeichnen: Man betrachtet einen abstrakten vierdimensionalen Raum mit drei Raumdimensionen und einer Zeitdimension, den „Minkowski-Raum“. – Die beiden zur Bewegungsrichtung senkrechten Raumrichtungen des dreidimensionalen Raums sind für unsere Erörterung allerdings uninteressant, da in ihnen die gleichzeitigen Ereignisse dieselben bleiben.

„Von Stund an …“

Hermann Minkowski, der sich um die Durchdringung des relativistischen Formalismus große Verdienste erworben hat, prägte die klassisch gewordene Formulierung[11]: „Von Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.“ Natürlich ist das stilisiert. Die Formulierung trifft die Tatsache, daß nicht eine einzige Sammlung von gleichzeitigen Ereignissen als „der Raum“ ausgezeichnet werden kann, wie oben dargelegt. Man kann daraus aber nicht schließen, daß der Unterschied zwischen Raum und Zeit verwischt würde. Das Hübsche an Minkowskis Formulierung ist, daß sie selbst dieser Verwischung entgegensteht: „Von Stund an …“ zeichnet natürlich die Zeit vor dem Raum aus – wie sollte es anders sein.

Wir sehen darin eine Grundstruktur der Physik, die uns noch weiter beschäftigen wird: Im Zusammenhang unserer täglichen Erfahrung weicht die neue Theorie nur unmerklich von der alten ab, die alte Theorie bleibt praktisch richtig. Im Beispiel unseres realistischen Bildfahrplans konnten wir einen absolut festgelegten Raum, und davon getrennt eine an sich ablaufende Zeit unterstellen, denn die vorkommenden Geschwindigkeiten sind klein gegen die Lichtgeschwindigkeit. Die alte Theorie hat einen beschränkten Geltungsbereich; die neue Theorie gilt in einem weiteren Bereich als die alte, aber die alte stimmt für ihren Geltungsbereich, nahe an der alltäglichen Erfahrung, in guter Näherung mit der neuen überein[12].

---

11 Minkowski (1908).

12 Daß auch die „exakte Naturwissenschaft„ prinzipiell nicht wirklich exakt sein kann, wird uns in 3.9 beschäftigen.

Lichtkegel

Wir können an unserem gedehnten „Bildfahrplan“ (Abb. 2.4, 2.5) ablesen, inwiefern sich die Zeit prinzipiell vom Raum unterscheidet: Die Geraden unter 45° gehören zu den beiden Lichtblitzen, die den Ort 0 zur Zeit 0 passieren. Wenn wir zwei Raumdimensionen betrachten, bilden die möglichen Lichtblitze zur Zeit 0 durch den Ursprung (0,0) einen Kegelmantel in der dreidimensionalen Raumzeit (Abb. 2.6), den *Lichtkegel;* bei drei Raumdimensionen, im Minkowski-Raum, bilden die möglichen Lichtblitze durch den Ursprung (0,0,0) zur Zeit 0 eine – ebenfalls „Lichtkegel“ genannte – dreidimensionale Mannigfaltigkeit. Dieser Lichtkegel hat in allen Systemen dieselbe Steigung, gegeben durch die universelle Konstante c. Dagegen ist die „Weltlinie“ eines ruhenden Objekts natürlich, je nach dem Bewegungszustand des Systems, in dem es ruht, eine andere Gerade, und je nach System ist entsprechend der Raum der gleichzeitigen Ereignisse, etwa zur Zeit $t = 0$, verschieden – vgl. die gestrichelten Geraden in Abb. 2.5.

Lorentz-Transformation

Zeichnen wir nun *dieselben* Ereignisse, aber in demjenigen System, in dem das „gestrichelte“ Objekt ruht, also in demjenigen, das mit halber Lichtgeschwindigkeit gegen das System von Abb. 2.5 bewegt wird! Dann wird die „Weltlinie“ des neuen ruhenden Systems senkrecht, die Linie nun gleichzeitiger Ereignisse (zur Zeit 0) waagrecht. Wir benutzen damit ein neues Koordinatensystem (vom „Zug“ aus gesehen, in unserem Beispiel); alle Ereignisse außer denen auf dem Lichtkegel bekommen eine neue Stelle im Diagramm (Abb. 2.7). Die Koordinatenachsen des vorher als ruhend betrachteten Systems werden jetzt schräg; sie gehören zu einem mit der entgegengesetzt gleichen Geschwindigkeit bewegten System.

raumartig, zeitartig und lichtartig

Auf diese Weise kann man alle Ereignisse auf ihrer Seite des Lichtkegels „herumtransformieren“, je nachdem, welches System man als ruhend betrachtet. Dabei heißen zwei Ereignisse, die in irgendeinem System gleichzeitig sind, *raumartig* zueinander; zwei Ereignisse, die in irgendeinem System hintereinander am selben Ort stattfinden können, *zeitartig;* und zwei Ereignisse, die nacheinander von demselben Lichtblitz getroffen werden könnten, heißen *lichtartig* zueinander. Abb. 2.8 zeigt dieses Verhältnis aller Ereignisse zum Nullpunkt-Ereignis (am Ort 0 zur Zeit 0).

Erweiterte Gleichzeitigkeit

Die drei Charakterisierungen schließen einander aus; Ereignisse, die in einem System zugleich sein können, können in *keinem* System nacheinander am selben Ort sein, etc. Diejenigen Ereignisse, die *jetzt* von *hier* aus raumartig sind, können also jetzt hier keinen Einfluß haben und auch jetzt von hier aus nicht beeinflußt werden; in diesem Sinn kann man alle jetzt von hier aus raumartigen Ereignisse als jetzt gleichzeitig auffassen. Das würde auch dem gewohnten Gefühl entsprechen, daß Gleichzeitigkeit absolut definiert ist, unabhängig vom Bewegungszustand. Andererseits enthält es die wohl ungewohnte Vorstellung, daß in weiter Entfernung eine längere Zeit zugleich mit einem Augenblick hier sein kann, bei fernen Sternsystemen Millionen von Jahren – bei irdischen Entfernungen allerdings höchstens Sekundenbruchteile.

Zukunft und Vergangenheit bleiben

Die zu einem Ereignis raumartigen anderen Ereignisse hängen alle kontinuierlich zusammen (bei mehr als einer Raumdimension), die zeitartigen dagegen sind zum Teil zukünftige („Vorwärtslichtkegel"), zum Teil vergangene („Rückwärtslichtkegel"). Auch diese Unterscheidung ist invariant gegen kontinuierliche Lorentz-Transformationen und teilt die zeitartigen Ereignisse (bezogen auf ein festes Ereignis) eindeutig und vollständig in zwei Klassen auf: Zukunft und Vergangenheit. Dies zeigt eine Sonderrolle der Zeit in der Theorie, in der sonst die Zeit allzusehr „verräumlicht" wäre[13].

„Verräumlichung" der Zeit

In unserer alltäglichen Vorstellung haben wir uns alle an eine Darstellung der Zeit durch eine Zahlenreihe gewöhnt. Historische Tabellen, Wirtschaftsstatistik, Bildfahrpläne: überall ist die Zeit dargestellt als eine Linie auf dem Papier, nicht anders als ein Weg oder ein Fluß auf der Landkarte; unsere Vorstellung und Rede von der Zeit ist entsprechend: Wir reden vom *Durchlaufen der Zeit,* von der *Zeitrichtung,* dem *Fließen* der Zeit, dem *Zeitpfeil.* Dabei gerät leicht der ganz andere Charakter der Zeit in Vergessenheit. Denn wirklich ist nur das, was *jetzt* ist; nur das Gegenwärtige *ist* überhaupt – sagen wir: grün, angenehm, laut, oder was auch immer[14]. Das Vergangene *ist nicht* mehr, das Künftige *ist* noch *nicht.* Vergangenes ist gegenwärtig als Erinnerung oder als Dokument, wir wissen oder glauben zu wissen, daß es so oder so war, und wir wissen, daß wir daran nichts mehr ändern können. Zukünftiges ist gegenwärtig als Gegenstand unserer Hoffnung oder Befürchtung, unserer Prognosen, auch unseres Planens und Wollens. Niemand weiß, was sein wird, aber vielleicht habe ich Einfluß darauf. Hier ist nicht der Ort für eine Einführung in die Philosophie der Zeit[15]. Aber es muß klar sein, daß die Raum-Zeit-Diagramme in der Art unserer Figuren ein recht beschränktes Bild von Zeit geben.

Einstein an Michele Besso

Gerade die Geometrie des Minkowski-Raums ist für unsere Vorstellung sehr verführerisch, denn es gehört zu ihren Grundlagen, wie wir gesehen haben, daß sich Raum und Zeit nicht in der klassischen Weise trennen lassen. In der Raum-Zeit-Geometrie des Minkowski-Raums sind – paradox – *alle Zeiten zugleich gegenwärtig.* – Albert Einstein hat uns ein anrührendes Zeugnis seiner Auffassung dieser Gleichzeitigkeit hinterlassen: Vier Wochen vor seinem eigenen Tod schrieb er an die Hinterbliebenen seines Jugendfreundes Besso: „Nun ist er mir auch mit dem Abschied von dieser sonderbaren Welt ein wenig vorausgegangen. Dies bedeutet nichts. Für uns gläubige Physiker hat die Scheidung zwischen Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft nur die Bedeutung einer, wenn auch hartnäckigen, Illusion".[16]

Das Phänomen der Zeitstruktur

Man muß aber sehen, daß auch in dieser Darstellung die Struktur von Gegenwart, Zukunft und Vergangenheit ihren Platz hat – die Theorie würde nichts taugen, wenn das nicht so wäre. Ich kann den „Vorwärtslichtkegel" von hier und jetzt als eine Darstellung meiner möglichen Zukunft auffassen: Jedes Ereignis, das

---

13 Vgl. z.B. Bergson (1889).
14 Aristoteles, Physik □ 10-14; vgl. Wieland (1961), §18.
15 Etwa bei Picht (1958); Weizsäcker (1971, 1992).
16 Speziali (1972), S. 537f.

mit Koordinaten aus dem Vorwärtslichtkegel richtig bezeichnet werden wird (es ist ja noch zukünftig!), kann ich im Prinzip erleben (jedenfalls soweit die Spezielle Relativitätstheorie maßgeblich ist), ich kann diese Ereignisse im Prinzip alle beeinflussen. Entsprechend bilden die Ereignisse, die im „Rückwärtslichtkegel“ dargestellt werden, meine Vergangenheit: ich kann im Prinzip von jedem dieser Ereignisse wissen, sie können mich alle beeinflußt haben. – Zu den gewohnten Zeitmodi kommt aber jetzt noch der Modus der Raumartigkeit hinzu, der in unserer „Umgangswelt“ keine Rolle spielt: Die zu mir jetzt raumartigen Ereignisse sind weder vergangen, denn ich kann prinzipiell keine Kenntnis oder Wirkung von ihnen haben, noch künftig, denn ich kann sie prinzipiell nicht beeinflussen und werde sie nicht erleben. Diese Ereignisse sind aber auch nicht eigentlich gegenwärtig. Denn gegenwärtig, phänomenal, ist mir jetzt nur der Text, den ich schreibe; wenn ich innehalte, ist mir mein Schreibtisch gegenwärtig, oder die Geräusche von draußen – eigentlich, wenn ich es mir überlege, ist diese Gegenwart schon wieder vergangen und gegenwärtig ist mir nur die Überlegung, was gegenwärtig ist. Jedenfalls sind mir sicher nicht raumartige Ereignisse gegenwärtig, von denen ich prinzipiell jetzt nichts wissen kann, die – wie wir gesehen haben – in gewissen Sinne jetzt gleichzeitig stattfinden.

Jedes zu mir jetzt raumartige Ereignis wird aber einmal zu meiner Vergangenheit gehören, und es war einmal in meiner (möglichen) Zukunft. Raumartigkeit ist also ein Übergang von Zukunft zu Vergangenheit. Die (jetzt noch nicht faktischen) Ereignisse des „Vorwärtslichtkegels“ habe ich *mögliche* Zukunft genannt (eigentlich ein Pleonasmus, denn das Künftige ist gerade dadurch gekennzeichnet, daß es möglich ist), weil sie nicht alle für mich Gegenwart im strengen Sinn zu werden brauchen, und doch eines Tages faktisch sein können, zur Vergangenheit gehören, d. h. zu den Ereignissen, die dann in meinem „Rückwärtslichtkegel“ liegen.

Zeitparameter und „historische“ Zeit

Es ist interessant, daß solche Überlegungen – nämlich wie die *Zeit* mit der Koordinate t im Minkowskiraum zusammenhängt – auch in ganz formalen Analysen der mathematischen Physik aufgetaucht sind. Versuche, die sehr erfolgreichen mathematischen Methoden der klassischen (analytischen) Mechanik auch auf die relativistische Mechanik anzuwenden, haben dazu geführt, daß *zwei* Parameter für die Zeit verwendet werden: Außer der Koordinate t im Minkowskiraum, die wie üblich den Lorentztransformationen unterliegt, gibt es einen weiteren Parameter τ, der den „Ablauf“ der Ereignisse beschreibt, und der dem Minkowski-Raum äußerlich ist. Zunächst ist das vor allem ein formaler Trick, seine Interpretation ist bisher offen und scheint schwierig. Aber der Versuch zeigt eine neue Seite des Minkowski-Raums, die eine bessere Auffassung von Zeit ermöglichen könnte.

2.5 Poincaré-Symmetrie

Die Spezielle Relativitätstheorie ist so erfolgreich, daß es heute keine ernsthaften Zweifel mehr an ihrer prinzipiellen Wahrheit gibt. Vielmehr ist die Vereinbarkeit mit der Speziellen Relativitätstheorie zu einem Kriterium für die Anerkennung aller neu aufgestellten Theorien geworden.

Das Kriterium lautet genauer, daß eine neue Theorie invariant unter Poincaré-Transformationen sein soll. – Was heißt das? Da derartige Symmetriebetrachtungen in der modernen Physik eine überragende Rolle spielen, will ich darauf etwas näher eingehen:

Symmetrie in der Wissenschaft

Symmetrie eines Gegenstandes bedeutet im engsten umgangssprachlichen Sinn, daß man den Gegenstand so auseinandergeschnitten denken kann, daß zwei spiegelbildlich gleiche Hälften entstehen. Eine solche Symmetrie kann man auch ausdrücken als *Invarianz* des symmetrischen Gebildes gegen eine Gruppe von Transformationen: Eine symmetrische Raumform wird wieder in dieselbe Raumform übergeführt durch eine *Spiegelung an der Symmetrieebene*[17]. In etwas weiterem Sinn spricht man z. B. von einem Würfel als von einer sehr symmetrischen Figur: Der Würfel kann in sich transformiert werden durch Spiegelung an vielen Ebenen durch den Mittelpunkt, außerdem durch Drehung um Vielfache von 90° oder 120° um entsprechende Achsen, und durch *Inversion* am Mittelpunkt. Allgemein nennt man Symmetrie die Invarianz unter irgendeiner *Gruppe* von Transformationen – je nach Transformationsgruppe sind das natürlich verschiedene Symmetrien[18].

Symmetrie einer Theorie

Wir betrachten hier nicht die Symmetrie einer Raumform, sondern die Symmetrie einer *Theorie.* Damit ist, analog zum Fall der Raumform, die Invarianz der Theorie gegen eine Gruppe von Transformationen gemeint. Speziell eine physikalische Theorie ist eine Vorschrift, nach der man bestimmte Größen als Funktionen der Zeit ermittelt – z. B. den Ort eines Planeten in seinem zeitlichen Ablauf; wir werden darauf noch ausführlich eingehen (3.10). Gewöhnlich enthält die physikalische Theorie ein Gleichungssystem, dessen Lösungen die gesuchten Zeitfunktionen enthalten; unter den Lösungen muß dann je nach den Anfangsbedingungen und Randbedingungen des gestellten Problems die richtige ausgewählt werden. Invarianz einer solchen Theorie unter einer Transformationsgruppe bedeutet nun, daß die Gesamtheit der Lösungen nicht verändert wird durch die Transformationen; d. h. eine Lösungsfunktion wird durch jede Transformation aus der Gruppe in eine Funktion transformiert, die wieder Lösung der Gleichung ist. Gewöhnlich kann man die Invarianz der Theorie schon an den Gleichungen ablesen: Sie bleiben i.a. bei der Symmetrietransformation unverändert. – Allerdings bedarf es oft komplizierter Überlegungen, wie die Transformationen auf die Symbole in der Gleichung wirken; das wird ausführlich in den entsprechenden Lehrbüchern abgehandelt.

Poincaré-Symmetrie
Homogenität und Isotropie der Raum-Zeit

Die Gruppe der Symmetrie-Transformationen der Speziellen Relativitätstheorie heißt Poincaré-Gruppe[19]. Sie besteht aus Translationen, Drehungen und Übergängen zu bewegten Bezugssystemen („boosts“), wie wir sie bei den Zug-Beispielen gesehen haben. Jede

---

[17] Vgl. die Stichworte im Glossar.
[18] Vgl. Weyl (1952),.Shubnikov (1974), Mainzer (1988).
[19] Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang.

physikalische Theorie muß in diesem Sinn die Poincaré-Symmetrie haben. Das heißt, eine Lösung der Theorie zu bestimmten Rand- (oder Anfangs-)Bedingungen wird durch eine Verschiebung oder Drehung oder durch den Übergang zu einem bewegten System – kurz, durch eine Poincaré-Transformation – zu einer anderen Lösung derselben Theorie, die zu den entsprechend transformierten Randbedingungen paßt. Das ist die mathematische Formulierung der Forderung, daß man denselben Vorgang in verschiedenen Inertialsystemen gleich gut beschreiben können muß.

Was lernen wir aus diesen Betrachtungen für unsere Vorstellung von Raum und Zeit? Anders, als man es sich nach den Newtonschen Definitionen des absoluten Raums und der absoluten Zeit vorstellen konnte, sind Raum und Zeit nicht die „fertige Mietskaserne", in die Körper und Ereignisse nur einzuziehen brauchen. Das Primäre sind die Dinge, zwischen denen ein *Abstand* definiert wird (zunächst nur, wenn sie ruhen), und die Ereignisse *hier,* zwischen denen – von einem Ereignis bis zum nächsten – *Zeit vergeht.* Alles weitere, sowohl der Newtonsche Raum und die Newtonsche Zeit, wie auch die Minkowskische Raumzeit, sind vereinheitlichende Beschreibungen, die es ermöglichen, sofern allgemeine Gesetze gelten, die Gesetze allgemein auszudrücken. Beiden gemeinsam ist die Invarianz der Gesetze gegen räumliche Drehungen und Verschiebungen, also die Abhängigkeit der Gesetze *nur* von den Abständen und der inzwischen vergangenen Zeit; das nennt man, wenn man Raum und Zeit schon als gegeben betrachtet, die *Isotropie* des Raums und die *Homogenität* von Raum und Zeit. – Daneben zeigt sich, daß in allen *Inertialsystemen* dieselben Naturgesetze gelten und daß in allen Inertialsystemen die Lichtgeschwindigkeit denselben Wert hat. Dieses letztere erst zeichnet die Minkowski-Welt vor der Welt Newtons aus, mit Relativität der Gleichzeitigkeit, Zeitdilatation und Lorentz-Kontraktion, die wir oben begründet haben.

Eine weitere Modifikation der Vorstellungen von Raum und Zeit enthält die „Allgemeine Relativitätstheorie", auf die wir im nächsten Abschnitt kommen. Eine noch tiefer gehende Analyse der Begriffe Zeit und Raum wird bei der Behandlung der Quantenmechanik notwendig werden.

2.6 Geometrie

more geometrico

Die Geometrie war von der Zeit des Euklid bis zum Siegeszug der modernen Mathematik im 19. Jahrhundert das Muster der mathematischen strengen Wissenschaft: Pascal nennt den Mann des scharfen Verstandes »géomètre«; und ein Beweis ist nur dann wirklich schlagend, wenn er »more geometrico« geführt wird, nach Art der geometrischen Beweise.

Der Beweis in einem deduktiven System ist die große Erfindung der griechischen Mathematik. Den Babyloniern und Ägyptern waren zwar viele „geometrische Tatsachen" bekannt, z. B. der Satz des Pythagoras; aber solche Sätze galten als praktische Regeln für Handwerker oder Bauern. Jede dieser Regeln stand für sich im Zusammenhang mit anderen Regeln eines Handwerks: Man wußte eben, wie man es machen muß, wenn man einen rechten Winkel für ein Haus abstecken oder – in einer ganz anderen Situation – nach der Nilflut die alten Grenzen wieder herstellen will.

Der mathematische Beweis

Verglichen damit ist der *Beweis* eine große Entdeckung. Versuchen wir, das in bewußter Naivität nachzuvollziehen: Bei einem geometrischen Satz braucht man sich nicht mit dem tradierten Wissen, wie man etwas macht, zu begnügen, sondern man kann sich *vergewissern,* daß es so richtig ist, wie man es macht; ich kann jedem Gesprächspartner über allen Zweifel gewiß machen, daß es nicht anders sein *kann.*

Platons *Menon*

Platon läßt in seinem Dialog Menon[20] den Sokrates einen Sklavenjungen so geschickt befragen, daß dieser völlig ungebildete Junge aus sich heraus einen geometrischen Beweis richtig führt. Platon erklärt das durch den Mythos, daß die Seele vor der Geburt die geometrischen Wahrheiten geschaut habe und nur einen Anlaß brauche – so wie die Befragung durch Sokrates Anlaß für den Sklavenjungen wird –, sich an das einst Geschaute wieder zu erinnern.

Bedingungen der Möglichkeit von Beweisen

Mit unserem modernen deduktiven Denken geben wir uns mit der mythologischen Erklärung nicht zufrieden, sondern fragen danach, worauf die Wahrheit der Geometrie bzw. die Möglichkeit der Beweisführung beruht. Es ist klar, daß auch bei der Befragung des Sklavenjungen schon bestimmte Bedingungen erfüllt sein müssen, damit dabei ein mathematischer Beweis herauskommen kann. Z.B. muß ich mich mit dem Partner verständigen können und er muß bereit sein, Selbstverständlichkeiten zu akzeptieren, wie etwa, daß man mit einem Zeichen immer *denselben* Punkt meint, daß ein Dreieck nicht vier Ecken hat, oder daß es durch zwei Punkte immer eine Gerade gibt. – Die drei Beispiele sind so gewählt, daß sie die drei Bereiche berühren, die von uns heute als Voraussetzungen einer Deduktion identifiziert werden: Das letzte gehört zu den geometrischen Axiomen, wie sie etwa Euklid nennt (*Durch zwei Punkte geht immer eine Gerade*), das zweite zu den Regeln der Logik (*Ein Dreieck hat nicht vier Ecken*); das erste deutet etwas an, das man mit P. Lorenzen (1973) „Protologik" nennen könnte, oder mit C.F.v.Weizsäcker (1971, 1992) „Logik zeitlicher Aussagen" (*Mit einem Zeichen wird immer derselbe Punkt bezeichnet*): Das sind diejenigen Bedingungen, die erfüllt sein müssen, damit überhaupt das Beweisen möglich ist; z. B. muß das Wiedererkennen von Zeichen, das Einsetzen von Zeichen für andere oder sprachliche Verständigung möglich sein.

Axiomatik

Die *Axiomatik,* z. B. in Euklids Elementen, nimmt von diesen Voraussetzungen einen Teil, der sich nicht auf *jede* Deduktion bezieht, sondern nur auf Deduktionen in einem Bereich von Sätzen (hier der Geometrie), und formuliert diese speziellen Voraussetzungen als Axiome (bzw. „Postulate"), aus denen alle übrigen Sätze durch Deduktion folgen. Für die Mathematik abstrahiert Hilbert dann, folgerichtig, von der Frage, ob die Sätze *wahr* sind: Durch die Sätze (Axiome oder Theoreme) werden gewisse Begriffe miteinander verbunden – in der Geometrie etwa die Begriffe Punkt, Gerade, Ebene –, die schon vorher eine mehr oder minder präzise Bedeutung haben. Von dieser schon vorher verstandenen Bedeutung soll aber, um der Reinheit der Argumentation willen, abgesehen werden: Für den Beweis eines Satzes soll *nur* dasjenige verwendet werden, das ausdrücklich in den

[20] Menon 81a-86b.

Axiomen aufgeführt ist, unabhängig davon, wie sonst die auftretenden Begriffe definiert sein mögen. Hilbert sagt dazu drastisch, die Begriffe der Geometrie brauchten nicht Punkt, Gerade und Ebene zu heißen, sondern auch wenn sie z.B. Liebe, Gesetz und Schornsteinfeger hießen, wäre die Mathematik genau dieselbe. Was die – beliebig benannten – Begriffe *für die Theorie* bedeuten, steht in den Axiomen; die Begriffe sind durch die Axiome „implizit definiert“[21].

Mathematik
+ Interpretation
= Physik

Diese moderne Auffassung von Axiomatik betrifft die Struktur einer *mathematischen* Theorie. In einer *physikalischen* Theorie kommt zum mathematischen Formalismus hinzu die *Interpretation* der Begriffe durch Meßvorschriften. Betrachten wir als Beispiel die euklidische Geometrie: Sie ist eine *physikalische* Theorie erst dann, wenn angegeben wird, was ihre Begriffe *Punkt, Gerade, Ebene, schneiden, aufspannen* etc. physikalisch bedeuten sollen, wenn man also eine *physikalische Semantik* angibt.

Man könnte z. B. versuchen, Geraden durch gespannte Stricke oder durch Geschoßbahnen zu realisieren; wie gut sich die Axiome damit erfüllen lassen, hängt davon ab, wie stark die Stricke gespannt werden bzw. welche Art von Geschossen man verwendet. Sehr gut werden, erfahrungsgemäß, die Axiome der euklidischen Geometrie erfüllt, wenn man Lichtstrahlen im Vakuum als Geraden auffaßt. Aber auch diese „Realisierung“ der euklidischen Geometrie gilt nur bis zu einer gewissen Näherung: Gemäß der Allgemeinen Relativitätstheorie ist eine Geometrie, in der Geraden die Eigenschaften von wirklichen Lichtstrahlen haben, nicht im strengen Sinne euklidisch, d. h. sie genügt anderen Axiomen als den euklidischen.

gekrümmte Lichtstrahlen?

Manche Eigenschaften dieser Theorie lassen sich andererseits auch dadurch beschreiben, daß man von *gekrümmten* Lichtstrahlen spricht, also Lichtstrahlen *nicht* mit Geraden identifiziert. Etwas genauer könnte man sagen: Betrachten wir eine abstrakte euklidische Geometrie und Ablesemarken, Fadenkreuze etc. – bestimmten Punkten dieser euklidischen Geometrie zu[22]; nehmen wir vorläufig an, das sei möglich. Dann werden in dieser ordnen wir in geeigneter Weise reale Punkte – z.B. Planetenörter oder, im kleinen, Beschreibung Lichtstrahlen nicht immer gerade sein, so wie vorhin in der „Lichtstrahlengeometrie“ Stricke und Geschoßbahnen gekrümmt waren.

Ist *die* Geometrie euklidisch?

Es hat viel Streit darüber gegeben, ob eine solche Beschreibung möglich ist, und es gibt dazu eine ganze Skala von Meinungen. An dem einen Ende dieser

[21] Genauer müßte man definieren (vgl. Stegmüller (1969)): Die gesamte Theorie hat logisch die Form einer Implikation; in der Prämisse stehen alle Axiome, im Folgesatz alle Theoreme. Die („implizit definierten“) mathematischen Objekte sind, logisch gesehen, gebundene Variable innerhalb dieser Implikation, die, wie die Logik lehrt, beliebig benannt werden können.

[22] Man kann sich das realisiert denken dadurch, daß man jeden realen Punkt beschreibt durch drei reelle Zahlen, die als Koordinaten eines euklidischen Koordinatensystems aufgefaßt werden; d. h. wir betrachten jedes Tripel von reellen Zahlen als Punkt und jede Menge von Tripeln, die einer linearen Gleichung genügen, als Ebene, Schnittmengen von Ebenen als Geraden; in der bekannten Weise metrisiert, erfüllen diese „Punkte“, „Geraden“ und „Ebenen“ die Axiome der euklidischen Geometrie.

Skala steht Einstein, der wegen des Äquivalenzprinzips (s. u.) *voraussetzt,* daß Geraden der Geometrie durch Lichtstrahlen realisiert werden, und damit eine nichteuklidische Geometrie erhalten *muß;* am anderen Ende der Skala steht Lorenzen, in der Nachfolge von Dingler, der als a priori erwiesen ansieht, daß Geometrie nur euklidisch sein *kann.*

Protophysik bei *Lorenzen*

Lorenzen argumentiert wie folgt: Alle Natur ist uns in der Physik nur durch Meßinstrumente zu erschließen, insbesondere der Weltraum – außer der näheren Erdumgebung – ist zugänglich nur durch Teleskope, Kameras, Radioteleskope etc. in unseren irdischen Observatorien. Also hängt zu einem gewissen Grad das, was wir im Weltraum beobachten, von der Wirkungsweise der Instrumente ab, letzten Endes von dem, was wir in ihrem Konstruktionsplan voraussetzen. Die Analyse der Wirkungsweise der Meßgeräte und der Voraussetzungen des Messens nennt Lorenzen *Protophysik*[23]. Diese Protophysik geht nun, so Lorenzen, von einer euklidischen Geometrie aus. Und zwar setzt sie den euklidischen Charakter nicht nur „ungefähr" voraus, sondern essentiell, in Form von Symmetrieprinzipien (vgl. 2.9).

Die Ebenen der Glasschleifer

Lorenzen schildert die Symmetrieprinzipien sehr anschaulich (nach Dingler) an den Handwerksregeln der Glasschleifer: Wie löst der Glasschleifer die Aufgabe, eine ebene Fläche herzustellen? Er muß dazu jedenfalls zwei Glasklötze so lange aneinander abschleifen, bis sie sich in jeder Position überall berühren (Translationssymmetrie). Das genügt aber nicht, denn die Berührungsfläche könnte auch konstante Krümmung haben. Nur wenn beide Glasklötze ebensogut auch auf einen Dritten passen, kann man die Berührungsfläche eben nennen (Spiegelsymmetrie). – Glasschleifer gehen beim Herstellen von Planflächen wirklich so vor. (Abb. 2.9)

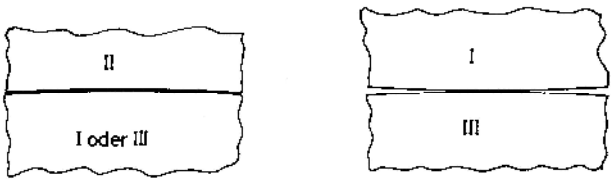

Abb. 2.9: Schleifen von Planflächen; nach Dingler/Lorenzen.

protophysikalisches Apriori

Lorenzen leitet aus den solchen Handwerksregeln zugrundeliegenden Symmetrien die euklidische Geometrie ab. Sein Argument ist folgendes: Derartige Symmetrien werden für die Herstellung aller Meßgeräte vorausgesetzt, also ist die euklidische Geometrie ein *„protophysikalisches Apriori"* aller Physik. Es *kann* sich bei späteren Messungen nicht herausstellen, daß die Geometrie nichteuklidisch ist, denn dann wären die ursprünglich gemachten Voraussetzungen widerlegt (keine der „fast-euklidischen" Riemannschen Geometrien hat die Symmetrien der Glas-

23 Vgl. Janich (1969, 1997), Böhme (1976), Weizsäcker (1974).

schleifer), das ganze System wäre also widersprüchlich. Es kann sich also, nach Lorenzen, allenfalls herausstellen, daß Lichtstrahlen gekrümmt sind.

Hierarchie der Wissenschaften

Lorenzen setzt hier eine Hierarchie der Wissenschaften voraus[24], die das Verhältnis von Naturwissenschaft und Mathematik m. E. nicht richtig beschreibt: Geometrie, als Physik verstanden, gilt prinzipiell nur *genähert,* wie überhaupt jede Physik (vgl. 3.9). Auch die vom Glasschleifer benutzte Symmetrie gilt für die Glasklötze nur in einer gewissen Näherung, z. B. nur soweit die Fläche überhaupt als Fläche definiert ist, und soweit die Glasklötze starr sind. Das heißt:

1. Daß die Instrumente unter Voraussetzung der euklidischen Geometrie konstruiert sind, schließt nichteuklidische Geometrien nicht aus, soweit sie *in der benutzten Näherung* keine Abweichung von der Konstruktionsvorschrift implizieren.

genäherte Symmetrie

2. Wo merkliche Abweichungen von der euklidischen Geometrie auftreten, gelten die vorausgesetzten Symmetrien nicht mehr, auch wenn die Instrumente ihnen genähert folgen. Für das Beispiel aus der Glasschleiferei bedeutet das: Feste Körper *könnten* in kosmischen Dimensionen nicht starr sein, sondern alle Körper müßten sich deformieren, wenigstens entsprechend der Raum-Zeit-Krümmung. Wir wollen in den nächsten Abschnitten vor allem den Einsteinschen Gegenvorschlag betrachten. Die Möglichkeit der Lorenzenschen Theorie soll im letzten Abschnitt über Feldtheorie (2.11) noch einmal beleuchtet werden.

2.7 Äquivalenzprinzip

Äquivalenzprinzip

Grundlegend für Einsteins Ansatz ist die empirisch gut bestätigte *Äquivalenz von träger und schwerer Masse.* Was bedeutet das? Zunächst ist der *Unterschied* zwischen träger und schwerer Masse zu klären, da uns die Äquivalenz viel geläufiger ist:

Schwere und träge Masse

Die *„schwere Masse“* ist das an einem Körper, was ihn nach unten zieht; die schwere Masse ist z. B. für das mit einer Federwaage gemessene Gewicht verantwortlich. Man lernt in der Schule, daß das Gewicht eine Kraft ist (nämlich nach unten, zur Erde), während die Masse eine Körpereigenschaft, ohne Richtung ist. Die schwere Masse kann man beschreiben als diejenige Körpereigenschaft, der die Kraft in einem Gravitationsfeld (das Gewicht) proportional ist. Sie ist die „Ladung“ für die Gravitationswechselwirkung, ähnlich wie die elektrische Ladung zur elektrostatischen Wechselwirkung gehört. Die *„träge Masse“* dagegen ist diejenige Eigenschaft eines Körpers, die seinen Widerstand gegen Beschleunigung bewirkt.

Gewöhnlich ist uns der *Zusammenhang* der beiden Massenbegriffe geläufig: Ein Körper, der schwer aufzuheben ist, hat auch viel Wucht. Aber es gibt Erfahrungen, die beide Arten von Masse getrennt erscheinen lassen:

---

24 Vgl. Weizsäcker (1974)

Was ist der Unterschied?

Denken wir uns ein großes Schiff in ruhigem Wasser, an einer Kaimauer lose festgemacht. Um das Gewicht brauchen wir uns nicht zu kümmern, denn das Schiff schwimmt. Der Reibungswiderstand gegen langsame horizontale Bewegung ist im Wasser minimal, trotzdem können wir das Schiff nicht mit einer Hand herumschieben, wegen seiner ungeheuren trägen Masse. Wer allerdings die Geduld hat, eine ganze Weile immer in dieselbe Richtung an dem Schiff zu drücken – anfangs ohne sichtbaren Erfolg –, der wird das Schiff doch mit der Zeit sichtbar in dieser Richtung bewegen, dann kann man es aber auch nicht mehr so leicht bremsen.

Für ein weiteres anschauliches Beispiel denke man sich ein Seil über eine leichtlaufende Rolle gelegt und an den Enden des Seils zwei schwere Eisenklötze mit fast genau dem gleichen Gewicht; der schwerere stehe auf dem Boden. Das Gewicht des schwereren Klotzes wird fast genau durch das Gegengewicht des anderen Klotzes aufgehoben, er wäre also eigentlich leicht aufzuheben. Trotzdem müssen wir erst kräftig nach oben ziehen, um die Klötze in Schwung zu bringen; dann aber „schwebt" der schwere Klotz fast gleichmäßig weiter nach oben, da sein Gewicht per Saldo so gering ist. Hier haben wir den Unterschied von schwerer und träger Masse *handgreiflich* demonstriert: Die schwere Masse ist (per Saldo) ganz gering, die träge Masse groß; beschreiben wir den Vorgang in der (Schein-) Welt dieses Unterschieds, klingt es ganz ungewohnt.

Prinzipielle Äquivalenz

Nun stellt man empirisch fest, daß alle Körper durch die Schwerkraft gleich beschleunigt werden. Das stimmt zwar auf den ersten Blick nicht: Ein leichter Gegenstand, z. B. eine Feder, fällt viel langsamer als ein schwerer Gegenstand, z. B. eine Bleikugel. Diesen Unterschied können wir aber auf die Luft zurückführen; im Vakuum, wo Luftreibung und -auftrieb ausgeschaltet sind, fallen Feder und Bleikugel tatsächlich gleich schnell – ein eindrucksvoller Demonstrationsversuch. Die Tatsache, daß alle Körper – ceteris paribus – durch die Schwerkraft gleich beschleunigt werden, bezeichnet man als die „Äquivalenz von träger und schwerer Masse", nach folgender Überlegung: Die schwere Masse sorgt für die Beschleunigungskraft, die träge Masse für die dagegenwirkende Trägheit; das Ergebnis dieses Antagonismus ist offenbar für alle Körper dasselbe[25].

Experiment von Eötvös

Diese Äquivalenz ist in sehr exakten Versuchen nachgeprüft und bestätigt worden, zuerst von R.V. Eötvös[26] mit einer Genauigkeit von 10^{-9} (ein Milliardstel); eine neuere Messung von Braginski und Panov[27] gibt eine Genauigkeit von 10^{-12} (ein Billionstel), mit der das Verhältnis von träger zu schwerer Masse bei verschiedenen Stoffen (z.B. Aluminium und Gold) gleich ist.

Gravitation ist von Beschleunigung nicht zu unterscheiden

Das Äquivalenzprinzip hat zur Folge, daß die Wirkung eines homogenen Gravitationsfeldes nicht unterschieden werden kann von dem Effekt eines beschleunigten Bezugsystems. Einstein veranschaulicht das durch einen geschlossenen

[25] Vgl. den Mathematisch-Physikalischen Anhang.
[26] Eötvös (1889).
[27] Braginski (1971).

Fahrstuhl: Solange der Fahrstuhl nach oben beschleunigt wird[28], erscheinen alle Personen und Gegenstände schwerer, wenn er nach unten beschleunigt wird, leichter; wenn der Fahrstuhl frei fiele (ohne Luftreibung), dann wäre darin keine Schwere zu bemerken – ein Effekt, der von den „frei fallenden" Raumstationen her inzwischen wohlbekannt ist. Einstein gründet auf diese Beobachtung seinen Vorschlag, den Effekt der Gravitation (System K) theoretisch ebenso zu behandeln wie den eines beschleunigten Bezugssystems (System K'). Er schreibt[29]:

> Wir gelangen aber zu einer sehr befriedigenden Interpretation des Erfahrungssatzes, wenn wir annehmen, daß die Systeme K und K' physikalisch genau gleichwertig sind, d. h. wenn wir annehmen, man könne das System K ebenfalls als in einem von einem Schwerefeld freien Raume befindlich annehmen; dafür müssen wir K dann aber als gleichförmig beschleunigt betrachten. Man kann bei dieser Auffassung ebensowenig von der absoluten Beschleunigung des Bezugssystems sprechen, wie man nach der gewöhnlichen Relativitätstheorie von der absoluten Geschwindigkeit eines Systems reden kann.* Bei dieser Auffassung ist das gleiche Fallen aller Körper in einem Gravitationsfelde selbstverständlich.
>
> Solange wir uns auf rein mechanische Vorgänge aus dem Gültigkeitsbereich von Newtons Mechanik beschränken, sind wir der Gleichwertigkeit der Systeme K und K' sicher. Unsere Auffassung wird jedoch nur dann tiefere Bedeutung haben, wenn die Systeme K und K' in bezug auf alle physikalischen Vorgänge gleichwertig sind, d. h. wenn die Naturgesetze in bezug auf K mit denen in bezug auf K' vollkommen übereinstimmen. Indem wir dies annehmen, erhalten wir ein Prinzip, das, falls es wirklich zutrifft, eine große heuristische Bedeutung besitzt. Denn wir erhalten durch die theoretische Betrachtung der Vorgänge, die sich relativ zu einem gleichförmig beschleunigten Bezugssystem abspielen, Aufschluß über den Verlauf der Vorgänge in einem homogenen Gravitationsfelde. Im folgenden soll zunächst gezeigt werden, inwiefern unsere Hypothese vom Standpunkte der gewöhnlichen Relativitätstheorie aus eine beträchtliche Wahrscheinlichkeit zukommt.
>
> * Natürlich kann man ein beliebiges Schwerefeld nicht durch einen Bewegungszustand des Systems ohne Gravitationsfeld ersetzen, ebensowenig, als man durch eine Relativitätstransformation

[28] Z. B. auch bei Abwärtsbewegung gebremst – nach physikalischem Sprachgebrauch fällt das ebenso unter „Beschleunigung nach oben".

[29] Einstein (1911). Zur Entwicklung von Einsteins Gedanken vgl. Hoffmann / Dukas (1978), Païs (1982).

alle Punkte eines beliebig bewegten Mediums auf Ruhe transformieren kann.

Die Durchführung dieses Programms führt zur „Allgemeinen Relativitätstheorie“, die ohne ausgiebige Benutzung von Mathematik schwer zu schildern ist.[30] Wir können hier nur einige Aspekte hervorheben, unter dem Gesichtspunkt der allgemeinen Struktur von Naturwissenschaft.

2.8 Symmetrie

Gleichberechtigung *beschleunigter* Bezugssysteme

Einstein hebt in dem oben zitierten Abschnitt die Analogie zur Speziellen Relativitätstheorie hervor: So wie die verschiedenen Inertialsysteme in der Speziellen Relativitätstheorie gleichberechtigt sind, müßten nun auch verschiedene *beschleunigte* Systeme gleichberechtigt sein.

Hier muß man sorgfältig unterscheiden, denn die begrifflich komplizierte Struktur der Allgemeinen Relativitätstheorie hat viel Verwirrung hervorgerufen: Die Spezielle Relativitätstheorie hat Poincaré-Symmetrie, für die Beschreibung der Phänomene ist jedes Inertialsystem gleich gut – wir haben das oben (2.5) ausführlich besprochen. Das ist aber keine Besonderheit der Speziellen Relativitätstheorie. Auch gemäß der Newtonschen Mechanik sind alle Inertialsysteme gleichberechtigt, nur vermitteln zwischen ihnen die Galilei-Transformationen und nicht die Poincaré-Transformationen; es gibt keine (endliche) gegen die Galilei-Gruppe invariante Geschwindigkeit. Die Entdeckung Einsteins ist also nicht die Relativität der Inertialsysteme, sondern die Relativität der Gleichzeitigkeit (2.1).

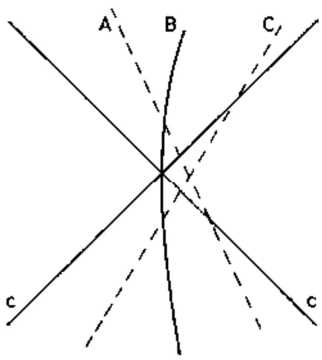

Abb. 2.10: Inertialsystem. – A, C: kräftefreie Körper B: beschleunigter Körper

Die Relativität der Inertialsysteme ist alt

Weil es aber tatsächlich auf ein bestimmtes Inertialsystem nicht ankommt, weil es noch dazu vom System abhängt, welche Ereignisse gleichzeitig sind, wählt man vernünftigerweise eine Sprache, die gegen solche irrelevanten Transformationen

[30] Eine gute Einführung gibt wiederum das Buch von Born (1964), und in moderner Weise, aber mit sehr viel stärkerer Benutzung von Mathematik, das von Sexl / Urbantke (1975).

invariant ist: Man betrachtet Vektoren und Tensoren, und aus solchen abgeleitete Größen, unabhängig von jedem Koordinatensystem; diese Größen sind so konstruiert, daß man ihre Werte in einem beliebigen Koordinatensystem leicht berechnen kann. Z.B. bilden Energie und Impuls eines Massenpunkts (vgl. 3.10) zusammen einen (Vierer-)Vektor; kennt man Energie und Impuls in *einem* Inertialsystem, dann kann man sie für jedes andere Inertialsystem berechnen – was für Energie allein oder Impuls allein nicht gilt. Die Gleichberechtigung aller Inertialsysteme wird so zu einer „koordinatenfreien" Formulierung benutzt.

„koordinatenfreie" Formulierung

Weil es aber tatsächlich auf ein bestimmtes Inertialsystem nicht ankommt, weil es noch dazu vom System abhängt, welche Ereignisse gleichzeitig sind, wählt man vernünftigerweise eine Sprache, die gegen solche irrelevanten Transformationen invariant ist: Man betrachtet Vektoren und Tensoren, und aus solchen abgeleitete Größen, unabhängig von jedem Koordinatensystem; diese Größen sind so konstruiert, daß man ihre Werte in einem beliebigen Koordinatensystem leicht berechnen kann. Z.B. bilden Energie und Impuls eines Massenpunkts (vgl. 3.10) zusammen einen (Vierer-)-Vektor; kennt man Energie und Impuls in *einem* Inertialsystem, dann kann man sie für jedes andere Inertialsystem berechnen – was für Energie allein oder Impuls allein nicht gilt. Die Gleichberechtigung aller Inertialsysteme wird so zu einer „koordinatenfreien" Formulierung benutzt.

Formalisierung des Äquivalenzprinzips

Zur Geometrisierung der Schwerkraft ist der erste wichtige Schritt die Formalisierung des Äquivalenzprinzips: Die Wirkung eines Gravitationsfeldes ist („lokal") dieselbe wie die Wirkung eines beschleunigten Bezugssystems (des „Fahrstuhls"), da alle Körper in gleicher Weise der Gravitation unterliegen. „Geometrie" ist dabei die Raum-Zeit-Geometrie, wie sie schon für die Poincare-Transformationen eingeführt worden war (der „Bildfahrplan"). In einem Inertialsystem haben beschleunigte Körper gekrümmte Weltlinien (Abb. 2.10). Wenn man alle Ereignisse so uminterpretiert, daß ein (im Inertialsystem) beschleunigter Körper den räumlichen Koordinaten-Nullpunkt darstellt, also als senkrechte Linie gezeichnet wird, dann erhalten alle kräftefrei bewegten Körper gekrümmte Weltlinien (Abb. 2.11).

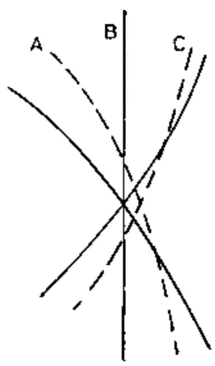

Abb. 2.11: Die Ereignisse von Abb. 2.10 in dem beschleunigten Bezugssystem, in dem B ruht.

Das Ergebnis könnte ebenso die Wirkung eines homogenen Gravitationsfeldes darstellen, in dem alle (sonst) kräftefreien Körper in gleicher Weise beschleunigt werden.

*Riemann*sche Geometrie

Die Wirkung eines *homogenen* Gravitationsfeldes, z. B. in einem Fahrstuhl, ist noch relativ leicht in einem *starr* beschleunigten Bezugssystem darzustellen. Aber z.B. das Gravitationsfeld der Erde im großen ist bei weitem komplizierter; seine Wirkung ist die eines nach allen Richtungen auseinander beschleunigten Bezugssystems, mit nach außen abnehmender Beschleunigung. Solche Systeme beschreibt man mit *Riemannscher* Geometrie, mit von Ort zu Ort verschiedener „Raumkrümmung".

Nicht-euklidische Geometrie

Wir haben die physikalische Bedeutung von Geometrie im Abschnitt 2.6 erörtert. Daß nach der physikalischen Semantik Einsteins, die am Beginn des Kapitels dargestellt wurde, die Geometrie nicht allgemein euklidisch sein kann, läßt sich am folgenden Standardbeispiel illustrieren:

Nichteuklidisches Beispiel

Betrachten wir eine große rotierende Scheibe. Sie soll so groß sein, daß wir ein Stück ihres Randes vom ruhenden System aus in guter Näherung wie den fahrenden Zug im vorigen Kapitel behandeln können. Ein Stück des Randes unterliegt also der Lorentz-Kontraktion, d. h. es ist im ruhenden System kürzer als im mitbewegten System. Eine radiale Strecke auf der Scheibe dagegen, senkrecht zur Bewegungsrichtung, hat in beiden Systemen dieselbe Länge. Mißt man nun Umfang und Durchmesser der rotierenden Scheibe im ruhenden System stückweise aus, dann stellt man fest, daß ihr Verhältnis kleiner ist als π; daß also die euklidische Geometrie hier nicht gilt.

„Kovariante" Fomulierung

Die Riemannsche Geometrie eignet sich zur Beschreibung sehr allgemeiner Koordinatentransformationen, z. B. der Transformation von einem Inertialsystem auf ein rotierendes System. Damit die Physik in so verschiedenen Systemen formuliert werden kann, ist es wichtig, eine einheitliche mathematische Sprache zu finden, die das physikalisch Gemeinte zu beschreiben gestattet, ohne daß die hierfür irrelevanten Eigenschaften des Koordinatensystems hervortreten – ebenso wie oben für Inertialsysteme beschrieben. Eine solche Sprache bietet die *kovariante Formulierung,* in der physikalische Größen durch Tensoren der Riemannschen Geometrie ausgedrückt werden, deren Transformationseigenschaften entsprechend komplizierter sind als bei den Inertialsystemen. Die moderne Differentialgeometrie bietet eine *koordinatenfreie* Formulierung der physikalischen Sachverhalte. – Das ist aber mathematisch zu kompliziert für diese Einführung.

Das Machsche Prinzip

Betrachten wir noch einmal das Verhältnis zum absoluten Raum Newtons: Newton veranschaulicht die Forderung eines absoluten Raums mit seinem Eimerversuch[31]. Wie schon erwähnt, zeichnet der Eimerversuch nicht ein „absolutes" *Inertialsystem* aus, wohl aber gibt er ein Mittel, eine Drehbewegung von einer gleichförmigen Bewegung zu unterscheiden, scheinbar im absoluten Raum. Ernst Mach[32] vertritt dagegen die Auffassung, daß *alle* Bewegung nur als Relativbewegung zu verstehen sei. Er schreibt:

> „*Alle* Massen, *alle* Geschwindigkeiten, demnach *alle* Kräfte sind relativ. Es gibt keine Entscheidung über Relatives und Absolutes, welche wir treffen könnten, zu welcher wir gedrängt wären, aus welcher wir einen intellektuellen oder einen andern Vorteil ziehen könnten. – Wenn noch immer moderne Autoren durch die Newtonschen, vom Wassergefäß hergenommenen Argumente sich verleiten lassen, zwischen relativer und absoluter Bewegung zu unterscheiden, so bedenken sie nicht, daß das Weltsystem uns nur *einmal* gegeben, die ptolemäische und kopernikanische Auffassung aber *unsere* Interpretationen, aber beide gleich wirklich sind. Man versuche das Newtonsche Wassergefäß festzuhalten, den Fixsternhimmel dagegen zu rotieren und das Fehlen der Fliehkräfte nun nachzuweisen".[33]
>
> „Der Versuch Newtons mit dem rotierenden Wassergefäß lehrt nur, daß die Relativdrehung des Wassers gegen die *Gefäßwände* keine merklichen Zentrifugalkräfte weckt, daß dieselben aber durch die Relativdrehung gegen die Masse der Erde und die übrigen Himmelskörper geweckt werden. Niemand kann sagen, wie der Versuch quantitativ und qualitativ verlaufen würde, wenn die Gefäßwände immer dicker und massiger, zuletzt mehrere Meilen dick würden. Es liegt nur der *eine* Versuch vor, und wir haben denselben mit den übrigen uns bekannten Tatsachen, nicht aber mit unsern willkürlichen Dichtungen in Einklang zu bringen".[34]
>
> „Wenn wir daher sagen, daß ein Körper seine Richtung und Geschwindigkeit *im Raum* beibehält, so liegt darin nur eine kurze Anweisung auf Beachtung der *ganzen Welt.* Der Erfinder des Prinzips darf sich diesen gekürzten Ausdruck erlauben, weil er weiß, daß der Ausführung der Anweisung in der Regel keine Schwierigkeiten im Wege stehen. Er kann aber nicht helfen, wenn sich sol-

---

31 Vgl. 2.l.

32 Ernst Mach (1883).

33 Mach (1883), S. 222.

34 Mach (1883), S. 226.

che Schwierigkeiten einstellen, wenn z. B. die nötigen gegeneinander festliegenden Körper fehlen".[35]

Mach betont, was an sich klar ist, daß eine gleichförmige Bewegung nicht an einem Körper selbst gesehen werden kann, sondern nur an seinem Verhältnis zu anderen Körpern; oder, konkret, daß die gleichförmige Bewegung *gegenüber dem Fixsternhimmel* vor anderen Bewegungen ausgezeichnet ist, ebenso wie Newtons Eimerversuch die Rotation gegen den Fixsternhimmel auszeichnet. – Einstein führt als *Machsches Prinzip* die Forderung ein, daß überhaupt *alle* Charakteristika des Raums von den Körpern herkommen, daß also *nichts* einen „leeren Raum" oder einen „Raum an sich" charakterisiert. Wir kommen auf dieses Prinzip im nächsten Abschnitt und bei der Behandlung der Quantenmechanik zurück.

Allgemeine Kovarianz

Zeichnen wir die Argumentation dieses Abschnitts noch einmal nach: Das Äquivalenzprinzip legt es nahe, die Gravitation als Wirkung nicht eines Kraftfeldes, sondern der Raum-Zeit-Geometrie zu beschreiben. Diese Beschreibung nötigt aber dazu, Transformationen zwischen beliebigen Riemannschen Koordinatensystemen zuzulassen. Auf der anderen Seite nötigt uns das sehr plausible Machsche Prinzip dazu, eine Relativbewegung, auch wenn sie in beliebig bewegten Koordinatensystemen beschrieben wird, immer als dieselbe zu betrachten; wir müssen also gemäß dem Machschen Prinzip Beschreibungen in beliebigen (Riemannschen?) Koordinatensystemen als gleichberechtigt betrachten. Beide, Äquivalenzprinzip und Machsches Prinzip, nötigen uns eine mathematische Sprache für die Physik auf, in der Koordinatensysteme nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Invariantentheorie

Der Tatsache, daß nur Relativbewegungen eine Rolle spielen bzw. daß das Koordinatensystem nur „relative" Bedeutung hat, verdankt die Allgemeine *Relativitätstheorie* ihren Namen. Klarer wäre es vielleicht, sie „Invariantentheorie" zu nennen; mindestens würde diese Bezeichnung populäre Mißverständnisse der Art wie „Seit Einstein ist ja alles relativ" ausschließen. Vor allem ist zu betonen, daß es sich bei der Unabhängigkeit der Theorie vom Koordinatensystem um die besondere *Sprache* der Differentialgeometrie handelt, in der sie ausgedrückt wird, in der aber auch jede andere Theorie ausgedrückt werden kann. *Physikalisch* haben wir bisher behauptet: 1. die Äquivalenz von Gravitation und Beschleunigung, 2. die ausschließliche Relevanz von Relativbewegungen. – Daß diese beiden physikalischen Behauptungen die Benutzung einer differentialgeometrischen Sprache *nahelegen,* haben wir oben erörtert.

Der „ontologische" Status des Raums

In der neueren wissenschaftstheoretischen Diskussion spielt die Frage erneut eine Rolle, ob man dem Raum selbst bestimmte Eigenschaften zuschreiben kann oder ob er nur die Verhältnisse der Körper untereinander wiedergibt. Dabei spielt das „Hole argument" eine Rolle[36]: Es ist gemäß der Allgemeinen Relativitätstheorie möglich, Koordinatentransformationen so einzuführen, daß die Koordinaten sich für die Vergangenheit nicht ändern, wohl aber für die Zukunft. Dann findet bei gleicher Vergangenheit die Phy-

[35] Mach (1883), S. 226.
[36] Earman (1989)

sik für die Zukunft in verschiedenen Räumen statt (wenn man die Transformation als aktiv interpretiert). *Wenn* der Raum einen Einfluß auf die Physik hat, bekommt man also nach Willkür verschiedene Zukünfte – was man außerhalb der Quantenmechanik nicht für möglich hält; dann bleibt also nur der Schluß, daß der Raum auf die Physik prinzipiell keinen Einfluß hat.[37]

2.9 Feldgleichungen

Materie im Raum

Wir haben bisher das Gravitationsfeld als gegeben betrachtet und geschildert, wie die Raum-Zeit-Geometrie einzurichten ist, damit die *freien* Bewegungen in dieser Raum-Zeit-Geometrie dieselben sind wie die Bewegungen in einem Inertialsystem unter dem Einfluß der Gravitation („Fahrstuhl"), gemäß dem Äquivalenzprinzip. Nun wird aber schon in der Newtonschen Gravitationstheorie mit Erfolg das Gravitationsfeld selbst als Wirkung der massiven Körper beschrieben. Nach Newton ist das Primäre die *gegenseitige* Anziehung der Körper gemäß dem Zweiten Gesetz (vgl. 2.7).

Die wechselseitige Abhängigkeit von Energie und Raum

In einem System von massiven Körpern ist das Gravitationsfeld am Ort eines Körpers bestimmt durch die Konstellation der übrigen Körper. Das Gravitationsfeld, das nach unserer Auffassung für die Raum-Zeit-Geometrie verantwortlich ist, die ihrerseits die Bewegung der massiven Körper bestimmt, ist also selbst bestimmt durch die Konstellation der massiven Körper. Gemäß der Speziellen Relativitätstheorie ist die Masse eines Körpers zusammengesetzt aus seiner Ruhmasse und der zusätzlichen Masse, die seiner Bewegungsenergie entspricht; diese Masse trägt gemäß dem Äquivalenzprinzip auch zur Gravitation bei. Wir können also zusammenfassen: Die Raum-Zeit-Geometrie wird bestimmt von der Verteilung der Gesamtenergie (einschließlich Ruh-Energie).

Für die Form dieser Beziehung gibt Einstein die Gleichung an:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} \cdot g_{ik} \cdot R = -\kappa \cdot T_{ik} - \Lambda \cdot g_{ik}$$

Die Grundgleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie …

Diese Gleichung ist hier zunächst nur als Bild gemeint, als Symbol für die Allgemeine Relativitätstheorie. Ohne auf mathematische Details einzugehen, läßt sich soviel dazu sagen: Die linke Seite der Gleichung gibt Maßzahlen für die geometrische Struktur der Raumzeit, die rechte Seite für die Verteilung der Materie. Dabei ist g_{ik} der metrische Tensor, R_{ik} und R sind Ausdrücke aus dem Riemannschen Krümmungstensor (die durch g_{ik} eindeutig festgelegt sind), T_{ik} ist der Energie-Impuls-Tensor der Materie, ist eine universelle Konstante und ⋯ ist die „Vakuum-Energie"[38]. In der Gleichung wird

[37] Vgl. Bartels (1996), S. 32 ff.

[38] ⋯ ist die „kosmologische Konstante", die Einstein eingeführt hat, ursprünglich um eine statische Lösung seiner Gleichungen zu ermöglichen. Später, nach der Entdeckung der Rotverschiebung, hat er sie verworfen, heute wird sie in der Kosmologie (s. d.) meist $\Lambda \neq 0$ gesetzt und als Vakuum-Energie interpretiert. Sie ist aber mir den Beobachtungen nur vereinbar, wenn

also gleichgesetzt ein Maß für die Krümmung der Raumzeit mit einem Maß für die Verteilung der Materie bzw. Energie, beide bezogen auf denselben „Ereignispunkt" im Raum-Zeit-Kontinuum.

… ist nichtlinear

Diese Gleichung ist nichtlinear, wegen der oben genannten gegenseitigen Beziehung von Energieinhalt und Raumkrümmung. Das bedingt die großen mathematischen Schwierigkeiten beim Versuch, eine Übersicht über die möglichen Lösungen zu gewinnen. Bei einem linearen Gleichungssystem (dazu gehören praktisch alle anderen physikalischen Grundgleichungen) kann man aus bekannten Lösungen neue gewinnen, indem man die bekannten linear kombiniert: Zu einer Funktion, die das Gleichungssystem löst, sind auch alle Vielfachen (z.B. auch negative!) dieser Funktion Lösungen; hat man zwei Lösungen, dann hat man zugleich auch die Summe beliebiger Vielfacher als Lösung. Meist genügt es also, wenige Basis-Lösungen anzugeben, und man hat damit im Prinzip alle Lösungen. – Bei nichtlinearen Gleichungen gilt das nicht. Welche Lösungen der obigen Feldgleichungen überhaupt möglich sind, ist nur zum Teil bekannt; der nächste Abschnitt wird sich mit bisher bekannten Lösungen beschäftigen, am Schluß wird die Linearität noch einmal thematisiert.[39]

Konventionalismus, Physik a priori

Diese komplexe Struktur, daß einerseits das Gravitationsfeld die Raumkrümmung und damit die Bewegung bestimmt, daß andererseits von den bewegten Körpern selbst das Gravitationsfeld abhängt, bringt nicht nur mathematische, sondern auch begriffliche Komplikationen mit sich. Die Interpretationsprobleme, die ich oben an der Kontroverse zwischen Dingler und Einstein dargestellt habe, zieht sich bis heute durch die philosophische Debatte. Man findet diese Debatte im wesentlichen unter dem Stichwort des Konventionalismus[40], der schon seit Poincaré eine Rolle spielt: Es geht dabei um die Frage, was an der physikalischen Beschreibung konventionell ist, was also nach der Willkür des Beschreibenden ebenso auch anders sein könnte; dazu gehört z.B. die Wahl eines bestimmten Koordinatensystems. Davon unterschieden werden dann andere Teile, die empirisch bestätigbar oder widerlegbar sind. – Es zeigt sich, daß diese Einteilung selbst nicht eindeutig und vollständig ist, denn es kann z.B. Teile einer Theorie geben, die überhaupt nicht anders sein können, insofern also nicht konventionell sind, die aber auch nicht empirisch widerlegbar sind: Wir kommen darauf bei der Quantenmechanik unter dem Stichwort „Physik a priori" (3.6) zurück.

2.10 Kosmologie

Ein faszinierendes Anwendungsfeld der Gravitationstheorie ist die Kosmologie, also die Betrachtung der Welt im ganzen, sowohl in räumlicher als auch in zeitlicher Hinsicht.

---

sie kleiner ist als $10^{-57}/\text{cm}^2$; sie spielt also überhaupt nur bei kosmologischen Erörterungen eine Rolle.

39 Eine gute Einführung gibt immer noch Misner (1973)

40 Vgl. z.B. Kanitscheider (1973)

Für die Welt im Ganzen ist die Gravitation entscheidend

Daß sich gerade die Gravitationstheorie für kosmologische Anwendung eignet, haben wir schon erwähnt: Die starke und die schwache Wechselwirkung der Elementarteilchen haben nur kurze Reichweite; die elektromagnetische Wechselwirkung ist zwar 10^{40}-mal so stark wie die Gravitation und hat im Prinzip dieselbe Reichweite, wegen des Ladungsausgleichs spielt sie aber doch bei großen Entfernungen keine Rolle. Allerdings kann für die Betrachtung großer Bereiche oder der Gesamtwelt die *Quantenmechanik* von Bedeutung sein, nämlich wenn extreme Bedingungen auftreten[41], etwa am „Anfang der Welt", im Inneren von Sternen, bei „schwarzen Löchern" u. ä. Wir kommen darauf zurück; für eine grobe Betrachtung genügt zunächst die Gravitationstheorie.

Allgemeine Relativitätstheorie und Kosmologie

Hier hat nun die Allgemeine Relativitätstheorie Einsteins ganz neue Möglichkeiten eröffnet: Sie bietet sich geradezu an für kosmologische Betrachtungen, da sie Raum und Zeit als ein Kontinuum betrachtet, das nur die Eigenschaften der vorhandenen Objekte beschreibt, ohne Annahmen über einen zugrundeliegenden Raum oder eine „absolute" Zeit. Eine Kosmologie ist eine Lösung der Feldgleichungen, welche sowohl die Raum-Zeit-Geometrie wie auch die Materie mit ihren Eigenschaften an *allen* Raum-Zeit-Punkten beschreibt. Die nichteuklidische Geometrie gestattet dabei außer der traditionellen Annahme einer unendlichen Welt auch Lösungen, nach denen die Welt räumlich oder zeitlich endlich ist.

Die Lösungen der Einsteinschen Gleichungen sind, wegen der Nichtlinearität (s. o.), sehr schwer überschaubar. Da auch die Beobachtungen kaum einschränkende Bedingungen für mögliche Kosmologien hergeben, ist man auf grobe Vereinfachungen angewiesen, die man in „Modellen" formuliert: Zunächst sieht man von der Struktur der Materie in Himmelskörpern, Sonnensystemen, Galaxien etc. ab und nimmt ein Universum an mit homogen verteilter Materie, beschrieben durch die Dichte (ähnlich wie man es bei einem Gas macht). Sodann betrachtet man im allgemeinen ein *Friedmann-Universum;* d. h. eine Lösung, die *in jedem Punkt räumlich isotrop* ist; *isotrop* bedeutet, daß keine Richtung vor anderen ausgezeichnet ist. Man mache sich klar, eine wie starke Einschränkung das bedeutet: Alle Größen müssen räumlich konstant sein, denn sonst gäbe es Punkte, an denen z. B. die Richtung der Zunahme einer Größe sich von der Richtung ihrer Abnahme unterscheidet; außerdem dürfen keine gerichteten Größen auftreten; Drehungen etwa (wie die des Planetensystems) oder Ströme würden eine Richtung auszeichnen[42].

Ein Friedmann-Universum

41 Weinberg (1977), Hawking (1993, 1996)

42 Abgesehen von der Einfachheit gibt es auch ein empirisches Argument für die Isotropie, nämlich die „kosmische Hintergrundstrahlung": Das ist elektromagnetische Strahlung, deren Spektrum (Verteilung auf die verschiedenen Wellenlängen) einer Wärmestrahlung der Temperatur 2,7 °K entspricht (also ca. – 270 ºC, ein sehr „kalter Weltraum"). Diese Strahlung ist mit großer Genauigkeit isotrop: Bei einer Winkelauflösung von 1º schwankt die Temperatur in verschiedenen Richtungen um weniger als 2 ‰. Nimmt man an, daß nicht gerade unser Standpunkt in der Welt ausgezeichnet ist („Kosmologisches Prinzip"), dann scheint ein Friedmann-Universum plausibel.

Immerhin könnte ein Friedmann-Universum eine erste grobe Beschreibung liefern für die Entwicklung der Welt insgesamt. Schon diese sehr pauschale Vereinfachung läßt verschiedene Typen von Lösungen zu, die sich nach zwei Kriterien einteilen lassen:

Die ersten Einteilung erfolgt nach dem Charakter der Geometrie in flach, elliptisch und hyperbolisch. Flach ist die euklidische Geometrie, die in der klassischen Physik als einzige betrachtet wurde. Die beiden anderen Geometrien unterscheiden sich durch positive Krümmung (*elliptisch*) und negative Krümmung (*hyperbolisch*); *flach* bedeutet Krümmung Null. Die Krümmung ist dabei durch „innergeometrische" Größen bestimmt, sie kann also im Prinzip durch Messung innerhalb des „gekrümmten" Raums festgestellt werden – etwa indem man die Winkelsumme in einem Dreieck oder das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser im Kreis mißt (vgl. 2.8).

Krümmungstyp des Universums

Wir können uns die Verhältnisse aber *veranschaulichen*, indem wir statt des dreidimensionalen Raums, in dem wir leben, eine zweidimensionale Fläche *im* Raum betrachten, die wir „von außen" als gekrümmt erkennen. Krümmungsmaß Null kennzeichnet die Ebene. Die Kugeloberfläche ist eine Fläche von überall gleichem positiven Krümmungsmaß: in einem „Dreieck" auf der Kugeloberfläche ist die Winkelsumme größer als 180°; der Umfang eines Kreises ist kleiner als π-mal sein „Durchmesser" auf der Kugeloberfläche. Umgekehrt ist es bei einer Fläche von der Form eines Sattels oder eines sanften Paßübergangs: Der Umfang eines Kreises auf einer solchen Fläche ist relativ größer als in der Ebene, die Winkelsumme im Dreieck ist kleiner als 180°; mathematisch gesagt: die Krümmung der Fläche ist negativ.

Veranschaulichung des Krümmungstyps

Die zweite Einteilung erfolgt nach dem „kosmologische Glied" in der Feldgleichung, gewöhnlich Λ genannt. Λ/κ ist dabei die Energiedichte des Vakuums – eine nach der Quantenfeldtheorie geläufige Vorstellung.

Die kosmologische Konstante

Die verschiedenen „Friedmann-Universa" nehmen verschiedene Arten des zeitlichen Verlaufs: Einige expandieren zunächst und kontrahieren dann wieder, andere expandieren immer oder kontrahieren immer. Es gibt bei einer bestimmten Materiedichte nur eine einzige statische Lösung, den „Einstein-Kosmos" mit positiver Krümmung (elliptisch); dann hat das kosmologische Glied Λ den positiven Wert $\Lambda_c = ½ \cdot \kappa/\rho$ (κ: Gravitationskonstante, ρ: Materiedichte). Dieses Friedmann-Universum ist instabil: Wird der Krümmungsradius nur wenig größer oder kleiner als der für den Einstein-Kosmos „richtige", dann expandiert bzw. kontrahiert der Kosmos unbegrenzt. – Ein Friedmann-Universum mit einer kosmologischen Konstante Λ, die nur wenig von der Konstanten Λ_c des Einstein-Kosmos abweicht („Lemaitre-Kosmos") expandiert dauernd (oder kontrahiert dauernd). Wenn allerdings Λ in der Nähe des Werts für den Einstein-Kosmos ist, entsprechend langsamer. Das gibt die Möglichkeit, praktisch jedes Alter der Welt in einem Friedmann-Universum „einzubauen", wenn man nur Λ richtig wählt.

Empirisch müßte sich im Prinzip zwischen den verschiedenen Modellen entscheiden lassen: Je nach Raumtyp ist das Verhältnis der Oberfläche zum Radius einer Kugel ein anderes, ähnlich wie wir es oben am Kreis im zweidimensionalen

Empirische Ermittlung des Krümmungstyps?

Modell gesehen haben. Im euklidischen Raum ist der Inhalt einer Kugelfläche, die ringsum den gleichen Abstand *a* von mir hat, $F = 4\pi a^2$, im elliptischen Raum hat eine Fläche mit dem gleichen Abstand *a* um mich herum geringeren Flächeninhalt, im hyperbolischen Raum größeren. Wenn ich also überall gleiche Materiedichte voraussetze, wird mir im elliptischen Raum im Vergleich zum euklidischen Raum die Materie (etwa die Zahl der Galaxien) nach außen verdünnt erscheinen; entsprechend wird mir die Materie nach außen verdichtet erscheinen, wenn in Wirklichkeit der Raum hyperbolisch ist. – Leider läßt sich die Frage bisher experimentell nicht eindeutig entscheiden, da die Materie ja in Wirklichkeit nicht homogen verteilt ist, und man außerdem zur Auswertung der Beobachtungsdaten berücksichtigen muß, daß die Strahlung (Licht, Radiowellen, Röntgenstrahlung), die wir heute empfangen, vor langer Zeit (Jahrmillionen bis -milliarden) erzeugt worden ist, so daß Schlüsse auf den „heutigen" Zustand wieder vom Modell selbst abhängen. Zur Zeit (2001) herrscht die Meinung vor, die Beobachtungen sprächen für ein elliptisches Universum. – Empirisch ist der Unterschied nicht so groß, wie man meinen sollte: Auch wenn das Universum geschlossen ist, kann man nicht ringsherum schauen, geschweige denn reisen. Denn Licht, das am allerersten Anfang der Welt von unseren Universums-Antipoden ausgestrahlt wurde, hatte bisher noch keine Zeit, bis zu uns vorzudringen. Der „Horizont" alles dessen, wovon wir überhaupt prinipiell Kunde haben können, umfaßt noch nicht das gesamte Universum.[43]

Rotverschiebung

Ein Phänomen ist entscheidend wichtig für die Beurteilung, ob eine bestimmte Friedmann-Lösung das „wirkliche" Universum darstellt: die Rotverschiebung. In fernen Galaxien lassen sich dieselben Spektren messen, die auch auf der Erde bekannt sind, aber zu längeren Wellen (zum *roten* Ende des sichtbaren Spektrums) hin verschoben. Man deutet das im allgemeinen als Doppler-Effekt: Die Rotverschiebung rührt nach dieser Deutung daher, daß die Galaxien sich von uns entfernen – ähnlich wie eine Autohupe tiefer klingt, wenn das Auto sich entfernt. – Die Annahme einer solchen „Fluchtbewegung" der Galaxien ist mit der Isotropie vereinbar, wenn dabei die Geschwindigkeit proportional mit der Entfernung zunimmt. Dann bewegt sich z. B. Stern 1 in der Entfernung *a* mit der Geschwindigkeit *v* von uns weg, Stern 2 in der Entfernung 2*a* (hinter Stern l) bewegt sich mit Geschwindigkeit 2*v* von uns weg; von Stern l aus gesehen bewegen sich also Stern 2 und wir, die entgegengesetzt je die Entfernung *a* von Stern 1 haben, entgegengesetzt mit der Geschwindigkeit *v* auseinander – und dies gilt für alle Punkte des Universums. Diese Proportionalität von Entfernung und Rotverschiebung ist mit den Beobachtungen vereinbar (wenn auch nicht gut bestätigt – u. a. wieder, weil die Strahlung von entfernten Sternen schon so „alt" ist); demgemäß wird heute im allgemeinen angenommen, daß das Universum expandiert, und das (gemäß der Strahlung von entfernten Sternen, die sehr alt ist) schon seit einigen Milliarden Jahren[44].

---

43 Vgl. die Diskussion am Ende dieses Abschnitts.

44 Eine ganz andere These vertritt der Mathematiker I. E. Segal: Nach seiner Theorie kann eine Rotverschiebung auch im Einstein-Universum auftreten, ganz ohne Fluchtbewegung, nur

Das Standardmodell der Kosmologie

Daraus ergibt sich für die Friedmann-Gleichung eine Lösung, die die größte Wahrscheinlichkeit hat und die zusammen mit Überlegungen aus anderen Gebieten der Physik (Elementarteilchenphysik, Kernphysik, Thermodynamik) folgendes Bild ergibt[45]: Es beginnt mit einem sehr kleinen Universum extrem hoher Dichte und Temperatur; was davor ist, läßt sich nicht sagen. Dann dehnt sich das Universum sehr schnell[46] aus, es entstehen Protonen und Neutronen, dann auch Elektronen, schließlich leichte Atomkerne – alles in der Zeit von ca. 10^{-43} Sekunden bis eine Stunde nach dem „Urknall"; das Universum hat danach eine Größe von ca. 100 Lichtjahren. In den ersten ca. 1 Million Jahren ist die meiste Energie im Universum als Strahlung (Licht) vorhanden, dann erst entstehen Sterne, Galaxien etc.; der Hauptteil der Energie besteht von da an in Materie, der Kosmos wird im wesentlichen durchsichtig, wie er heute ist, Licht ist von der Materie „entkoppelt". Heute, nachdem der Kosmos zehntausendmal so lang existiert (ca. 10 bis 20 Milliarden Jahre), ist von der ursprünglich dominierenden Strahlung nur noch die „2,7°K-Hintergrundstrahlung" übriggeblieben: Durch die Expansion des Universums ist aus dem intensiven Licht bei einigen Tausend Grad eine sehr schwache Strahlung im Mikrowellen-Bereich geworden, entsprechend der Strahlung eines extrem kalten Körpers. Insbesondere das Phänomen der Hintergrundstrahlung[47], das sehr gut mit der Deutung der Entwicklung auf Grund von thermodynamischen und kernphysikalischen Überlegungen zusammenpaßt, macht die eben geschilderte Entwicklung sehr wahrscheinlich.

Was kann man beobachten?

Die hier beschriebenen Vorgänge liegen so sehr außerhalb unserer alltäglichen Erfahrung, daß wir überlegen müssen, was eine solche Beschreibung überhaupt beinhaltet. Denn niemand kann ja die beschriebenen Vorgänge beobachtet haben, noch wird je jemand entsprechende Vorgänge beobachten: Sie umfassen die Welt insgesamt und sind prinzipiell einmalig. Die Möglichkeiten, solche vergangenen Zustände aus Beobachtungen *hier jetzt* zu erschließen, sind relativ beschränkt: wir können hier jetzt Strahlung empfangen von Ereignissen auf dem Vergangenheitslichtkegel – also z.B. Strahlung, die ein Quasar vor annähernd 2 Milliarden Jahren

durch die Krümmung. Nach Segal muß man nämlich von der lokalen Zeit jetzt und hier unterscheiden die „wirkliche" Zeit im gekrümmten Raum-Zeit-Kontinuum, in der sich die Photonen bewegen. Dieser Unterschied bewirkt, daß die Photonen, in unserer lokalen Zeit gemessen, um so mehr rotverschoben sind, je älter sie sind. Segal leitet aus seiner Theorie eine andere Beziehung zwischen Helligkeit und Rotverschiebung von Galaxien ab, als aus der Expansionsthese folgt, und sieht seine Theorie durch die Beobachtungen bestätigt; das aber bestreiten die meisten Astronomen. – Ich führe das als Symptom an dafür, wie viele Möglichkeiten die schmale empirische Basis für verschiedene Theorien bietet.

45 Das sog. Standardmodell. Auch hier gibt es andere Deutungen, welche z. B. die Expansion als einen stationären Zustand ansehen, bei dem immer und überall neue Materie entsteht („steady state", „continuous creation"), oder periodische Modelle. Die Urknall-Theorie hat aber bisher weitaus am meisten experimentelle Evidenz für sich. Vgl. z.B. Weinberg (1977), Audretsch/Mainzer (1989).

46 Teile des Universums entfernen sich voneinander mit weit mehr als Lichtgeschwindigkeit. Das widerspricht nicht der Speziellen Relativitätstheorie, denn zwischen diesen Teilen des Universums ist keine Verbindung möglich.

47 Entdeckt 1965 von Penzias und Wilson; vgl. Weinberg (1977)

ausgesandt hat, wenn dieser Quasar 2 Milliarden Lichtjahre von hier entfernt ist; wir können außerdem hier Dokumente der Vergangenheit untersuchen (etwa das Alter von Mineralien), also Informationen aus der unmittelbaren Umgebung in unserem Ruhsystem hier sammeln. Insbesondere diese letzte Information ist spärlich, und alle anderen Raum-Zeit-Bereiche sind unzugänglich, die „raumartig" entfernten und der Zukunfts-Lichtkegel prinzipiell, das Innere des Vergangenheits-Lichtkegels in der Praxis ebenfalls.

Der kosmologische Horizont

In diesem Zusammenhang ist folgende Überlegung interessant: Beim Urknall entfernen sich Teile des Kosmos wesentlich schneller als mit Lichtgeschwindigkeit auseinander, so daß keine kausale Verbindung zwischen ihnen bestehen kann. Man kann dann von jedem Punkt aus prinzipiell nur einen Teil des Universums überblicken; der „Horizont" ist kleiner als das Universum insgesamt. Unter diesen Umständen ist es ein Rätsel, daß die Temperatur der Hintergrundstrahlung aus allen Richtungen genau gleich ist; denn die Strahlung kann nicht eine gemeinsame Ursache haben, der „Horizont" jedes Orts umfaßte zur Zeit ihrer Entstehung nur ca. ein Zehntel des Universums. — Erst in unserem Weltzeitalter umfaßt der Horizont jeden Orts fast das gesamte Universum, d.h. im Prinzip könnten wir von beinahe jedem Ort Signale empfangen. Signale, die wir heute von den fernsten Orten her empfangen würden, wären aus der Zeit der Entstehung der Welt, also noch älter als die Hintergrundstrahlung[48].

Allgemeines Gesetz und Einzelfall Kosmos

Wir können also die Information, die uns *jetzt hier* zugänglich ist, überhaupt nur einem kleinen Teil des Raum-Zeit-Kontinuums zuordnen; die theoretische Beschreibung von allem übrigen hat unmittelbar keine beobachtbaren Konsequenzen, sie muß nur — verknüpft über die physikalischen Gesetze — mit den Beobachtungen verträglich sein. Gerade da entsteht aber ein besonderes Problem: Die physikalischen Gesetze enthalten allgemeine Regeln für eine Vielzahl von möglichen Situationen, z.B. allgemeine Differentialgleichungen für eine Vielzahl von möglichen Anfangs- und Randbedingungen; man kann mit Hilfe solcher Regeln aus einer gegebenen Situation *in der Welt* spätere Situationen voraussagen, oder man kann eine vorgefundene Situation als Dokument früherer Vorgänge interpretieren. In jedem Fall ist das Gesetz gemeint als Zusammenfassung vieler möglicher Fälle, und es ist empirisch bestätigt durch schon beobachtete Fälle, in denen es zutraf. Wie kann aber ein prinzipiell einmaliger Vorgang, wie die Entwicklung des Kosmos im Ganzen, nach einem allgemeinen Gesetz ablaufen?

Extrapolation von allgemeinen Gesetzen

Betrachten wir das etwas mehr im Detail: Wir extrapolieren die allgemeinen Gesetze auf Verhältnisse, unter denen wir sie nicht nachprüfen können, etwa die Allgemeine Relativitätstheorie auf die riesigen Entfernungen des Gesamt-Kosmos oder auf die starke Raumkrümmung am „Anfang der Welt"; das scheint uns plausibel wegen der Einfachheit der Grundannahmen, die in ihrer *Form* schon große Allgemeinheit implizieren. Ähnlich benutzen wir die Thermodynamik für eine Beschreibung des Anfangs der Welt wegen ihrer Allgemeinheit. Die Theorie der Atomkerne und Elementarteilchen hat diese Einfachheit und Allgemeinheit nicht;

---

[48] Solche Signale sind allerdings nach dem Standardmodell selbst unmöglich: Alle „Signale" vor der Entstehung der Hintergrundstrahlung sind im Strahlungsgleichgewicht untergegangen.

wir benutzen sie trotzdem für die Darstellung von Temperaturen von Billionen (10^{12}) Grad oder noch höher, die in keinem Stern vorkommen, um die „erste Sekunde“ des Kosmos zu beschreiben. Denn wir haben das Verhalten sehr energiereicher Einzelteilchen beobachtet, die aus der „Höhenstrahlung“ oder aus einem großen Teilchenbeschleuniger kommen. Diese Teilchen haben so hohe Energie wie sie nach dem Urknall alle Teilchen hatten.

Beim Urknall endet prinzipiell unser Weltmodell

Wie die oben geschilderten Vorstellungen von den „ersten drei Minuten“ zeigen, bewährt sich dieses Vorgehen in einer Weise, wie man es nie für möglich gehalten hätte; wir können physikalisch schon die „erste Mikrosekunde“ erfassen, in der das ganze Weltall nur die Größenordnung von Licht-Tagen hatte, und sogar über die ersten 10^{-43} Sekunden spekulieren. — „Davor“ aber ist endgültig Schluß mit der physikalischen Beschreibung. Gerade die genauen Vorstellungen über den Urknall führen uns um so plausibler auf eine Anfangs-*Singularität* mit Dichte und Temperatur „unendlich“ — d.h., genauer gesagt, einem Ende der Möglichkeit, Physik anzuwenden. Es konnte gezeigt werden, daß die Einsteinschen Gleichungen in jedem Fall, wenn man ein expandierendes Universum voraussetzt, auf Lösungen mit einer Anfangs-Singularität führen, ziemlich unabhängig von allen weiteren Annahmen. Physikalisch bedeutet das: Man käme, gemäß den Einsteinschen Gleichungen, in die Vergangenheit zurückgehend zu beliebig hohen Temperaturen und beliebig hohen Dichten. Das bedeutet, daß für irgendeine vergangene Zeit die für die Theorie gemachten Voraussetzungen noch nicht zutrafen, daß wir also die Lösungen der Theorie nicht mehr als „vergangene Wirklichkeit“ interpretieren können. – Eine quantenmechanische Behandlung dieser sehr kleinen Raum-Zeit-Bereiche ergibt ein differenzierteres Bild, das aber nicht leichter zu interpretieren ist.

Es gibt nichts vor dem Urknall

Aus diesem Grund ist es zwar ein nettes Spekulations-Spiel, sich einen Kosmos *vor* dem Urknall auszumalen oder die Entstehung des Universums als eine Vakuum-Fluktuation in einer Ursprungswelt zu beschreiben – mit der Konsequenz, daß es mehrere „Universa“ geben könnte. Solange das prinipiell keine beobachtbaren Folgen hat – und so sieht es bisher aus –, ist es physikalisch leere Wortmalerei.

Was ist Vergangenheit?

Treten wir noch einen Schritt zurück: Das Standardmodell soll die ferne Vergangenheit des Kosmos beschreiben. Was Vergangenheit ist, das wissen wir natürlich. Ich erinnere mich z.B. an mein gestriges Mittagessen, ich weiß sogar recht gut Bescheid über Ereignisse vor meiner Geburt, aus Erzählungen oder aus schriftlichen Berichten. Über Zeiten, von denen wir keine schriftlichen Berichte haben, wissen wir durch Ausgrabungen, wir können ganz gut rekonstruieren wie unsere Vorfahren, die wir mit den Menschenaffen gemeinsam haben, aussahen, und wie sie etwa gelebt haben; und selbst wie eine noch unbelebte Erde aussah können wir ungefähr erahnen in Analogie zum Hochgebirge oder zur Wüste. Für das, was noch viel früher war, werden die Analogien allmählich schwächer; allenfalls ein Blick in die Sonne kann uns eine Ahnung davon vermitteln. Für die noch früheren Zustände, für die auch die Sonne kein Analogon bietet, müssen wir uns auf mathematische Beschreibungen verlassen, denn wir können uns heute nichts zugänglich machen, das ähnliche Eigenschaften hätte.

In der Nähe des Urknalls gibt es nur noch das theoretische Modell

Wir können allerdings annehmen, daß die Naturgesetze unverändert weitergelten, wenn wir in die Vergangenheit zurückextrapolieren; und dann läßt sich doch die erstaunlich konsistente Konstruktion des Standardmodells aufstellen bis hin zu Zuständen, in denen der Kosmos unvorstellbar hohe Temperaturen und Dichten hatte. Diese Milliarden °C oder Tonnen/mm^3 sagen uns aber nichts; sie bedeuten nur noch innerhalb der Theorie etwas. – Immerhin lassen sich diese Konstruktionen an einzelnen Erscheinungen unserer Realität anknüpfen – am verblüffendsten bei der kosmischen Hintergrundstrahlung.

Was ist Zeit – gleich nach dem Urknall?

So verblüffend die interne Konsistenz dieser theoretischen Konstruktionen ist, so wichtig ist es aber auch, sich klarzumachen, daß wir gar nicht wissen, was die benutzten Begriffe außerhalb dieser Konstruktion bedeuten können. Die kosmische Hintergrundstrahlung etwa stammt aus einer Zeit, die nach dem Standardmodell 700 000 Jahre nach dem Urknall anzusetzen ist. Was ein Jahr ist, wissen wir: das ist die Zeit, die von einem Winter über Frühjahr, Sommer und Herbst bis wieder zum Winter vergeht. Astronomisch gesagt, die Zeit, in der die Erde einmal um die Sonne kreist. Was aber, wenn es Erde und Sonne gar nicht gibt? Man definiert heute in der Physik Zeitspannen, indem man die Zahl der Schwingungen eines Cäsium-Atoms abzählt; ein Jahr wäre dann definiert als eine bestimmte Anzahl von Cäsium-Schwingungen. Wenn es allerdings nicht einmal solche schwingenden Atome gibt, dann kommt Zeit nur noch vor als ein Parameter t. Nur wenn die fundamentalen Gleichungen auf unsere Wirklichkeit angewandt werden, bezeichnet er Zeitspannen.

Logarithmische Zeit?

Man stelle sich einmal vor, man verwendet eine logarithmische Zeit, also statt der Zeit t eine Größe $\tau = \ln(t/t_0)$ (wobei t_0 z.B. das bisherige Weltalter sein kann, oder auch die Dauer einer Cäsium-Schwingung; das spielt keine Rolle). Dann bleiben die physikalischen Gleichungen richtig, mit e^τ statt t, für „menschliche“ Zeiten ändert sich nichts Merkliches. Aber eines wird fundamental anders: der Parameter τ läßt sich, anders als t, beliebig weit zurückverfolgen; es gibt keinen Urknall mehr! – Nur ein Taschenspielertrick?

Man wird über den Grad der Abstraktion solcher Konstruktionen leicht hinweggetäuscht dadurch, daß sie mit Worten beschrieben werden wie Temperatur, Dichte, Zeit oder Abstand, die auch zur Beschreibung unserer Wirklichkeit verwendet werden. Auch lassen sich Zahlen wie 10^{32} oder 10^{-43} relativ leicht hinschreiben, aber sie haben außer dieser Figur auf dem Papier für uns keine Realität. Unsere Wirklichkeit besteht ja überwiegend aus den Produkten der Evolution auf der Erde, in jedem Fall praktisch ausschließlich aus dem, was innerhalb des Sonnensystems stattfindet.

Die Wirklichkeit in einem *Schwarzen Loch*

Ähnlich müßte man übrigens extreme *lokale* Lösungen der Einstein-Gleichungen betrachten, wie etwa die Schwarzen Löcher: Sie sind insofern wirklich, als diese Lösungen beobachtbare Konsequenzen für uns haben, z. B. Abweichungen in der Bahn von Himmelskörpern. Aber was jemand im Inneren eines schwarzen Loches erleben würde, kann ein aufregender Gegenstand von Science-fiction sein, aber nicht Beschreibung von Wirklichkeit.

2.11 Lineare Gravitations-Feldtheorie

Die lorentzinvariante Gravitationstheorie …

Wir haben bisher die faszinierenden Folgen des Einsteinschen Gedankens betrachtet, das Äquivalenzprinzip an die Spitze zu stellen und die Gravitation zu geometrisieren. In der Zeit nach den grundlegenden Arbeiten Einsteins hat sich ein allgemeines Verfahren in der mathematischen Physik entwickelt, beliebige lorentzinvariante Feldtheorien aufzustellen (also solche, die mit der Speziellen Relativitätstheorie verträglich sind). Nach diesem Verfahren werden sowohl das elektromagnetische Feld als auch die Felder der starken und der schwachen Wechselwirkung der Elementarteilchen behandelt, wie auch die Suche nach evtl. neuen Wechselwirkungen. Wie sähe in diesem Rahmen die Gravitationstheorie aus?

Die mathematischen Einzelheiten zu schildern, würde hier zu weit führen[49]. Es zeigt sich, daß eine lorentzinvariante Gravitationstheorie möglich ist, analog zur Theorie des elektromagnetischen Feldes. Im Gegensatz zur elektromagnetischen Vektor-Theorie muß die Gravitationstheorie eine Skalar- oder Tensortheorie sein; der Einsteinschen Theorie würde eine Tensortheorie (Spin 2) entsprechen[50]. Allerdings zeigt diese Theorie einige Ungereimtheiten, und außerdem ergibt sich die folgende besondere Eigenschaft: Durch geschickte Koordinatentransformationen (zusammen mit Eichtransformationen) kann man das Gravitationsfeld *lokal* wegtransformieren. Das ist die Eigenschaft, die wir oben als *Äquivalenzprinzip* kennengelernt haben: Durch geeignete Koordinatentransformationen (nämlich durch Übergang zu einem beschleunigten Bezugssystem, dem „frei fallenden Fahrstuhl“) kann man erreichen, daß keine Wirkung der Gravitation zu spüren ist. Das Äquivalenzprinzip, das wir oben als empirische Fundamentaltatsache eingeführt haben, ist in der lorentzinvarianten Theorie ein *Ergebnis*! – Mit diesem Ergebnis können wir den Anschluß an die Einsteinsche Gravitationstheorie wieder herstellen: Wie auch immer Uhren und Maßstäbe durch ein Gravitationsfeld geändert werden, wir können lokal die Eigenschaften aus dem Inertialsystem voraussetzen, wenn wir sie in dem gravitationsfreien Koordinatensystem betrachten. Setzen wir die dadurch gegebene Metrik für jeden Raum-Zeit-Punkt voraus, dann bekommen wir insgesamt eine Riemannsche (4-dimensionale) Geometrie, die im allgemeinen von der Minkowski-Welt abweicht.

… ist nur beinah so wie die Allgemeine Relativitätstheorie

Man bekommt auf diese Weise zunächst nur eine *lineare* Feldtheorie, in der die Feldquelle (entsprechend der Ladung in der Elektrodynamik) der Energie-Impuls-Tensor der Materie ist. Da gemäß der „Trägheit der Energie“ (vgl. 2.3) auch der

---

[49] Eine gute Übersicht bietet Kap. 10 von Sexl / Urbantke (1976); vgl. auch Ch.7 von Misner (1973).

[50] Eine skalare Theorie würde die empirisch gut bestätigte Lichtablenkung nicht ergeben. Ernsthaft diskutiert wird eine „gemischte“ Skalar-Tensor-Theorie, deren Hauptkennzeichen eine mit dem Alter der Welt veränderliche Gravitationskonstante wäre.

Energie-Impuls-Tensor des Gravitationsfelds selbst als Quelle wirkt, können wir ihn in einem nächsten Schritt berücksichtigen und erhalten ein korrigiertes Feld, dessen Energie-Impuls-Tensor wir in eine neue Gleichung einsetzen können, etc. Man kommt so in sukzessiven Näherungsschritten wieder auf die volle nichtlineare Theorie Einsteins, allerdings mit einem wichtigen Unterschied: Wir waren von einem Minkowski-Raum ausgegangen, der lokal korrigiert wurde; im großen würde der Raum immer flach und unendlich ausgedehnt bleiben. Es kämen nur solche Lösungen der Einstein-Gleichungen in Frage, die im großen einer Minkowski-Welt entsprechen. Die großartige Entdeckung Einsteins, daß endliche Weltmodelle möglich sind, würde hier „vergessen".

Zwei „empirisch" verschiedene, aber prinzipiell empirisch nicht unterscheidbare Theorien

Was können wir anhand dieser Überlegungen zur Diskussion über Geometrie als physikalische Theorie (2.6) sagen? – Wenn wir festlegen, daß Lichtstrahlen gerade, Maßstäbe und Uhren überall gleich sein sollen, dann kommen wir auf die Einsteinsche Beschreibung einer nichteuklidischen Geometrie. Wenn wir aber, etwa mit Lorenzen, von vornherein festsetzen, daß die Geometrie euklidisch ist, dann bekommen wir – nach den nichtlinearen Korrekturen – eine ordentliche lorentzinvariante Feldtheorie, der gemäß allerdings Lichtstrahlen gekrümmt sind und die Länge eines Maßstabs und der Gang einer Uhr vom Raum-Zeit-Punkt abhängt. Gegen diese zweite Auffassung könnte man empirisch z. B. entscheiden durch einen Nachweis, daß der Kosmos geschlossen, also endlich ist. Ein solcher Nachweis aber ist unmöglich, wenn die heute angenommenen Beziehungen zwischen Alter und Ausdehnung der Welt stimmen: Die uns im Universum „gegenüberliegende" Stelle wäre prinzipiell nicht sichtbar, denn sie entfernte sich auch heute noch mit Überlichtgeschwindigkeit (nach allen Seiten) von uns[51] – falls die empirischen Befunde überhaupt eine positive Raumkrümmung ergeben würden, was bisher unentschieden ist.

[51] Vgl. oben 2.10.