2. Schwingungen

Schwingung ist eine sich zeitlich wiederholende Bewegung um die Ruhelage.

Wir betrachten ideale Schwingungen **ohne** Reibung!

Zeitraum, für eine komplette Wiederholung

= Periode / Schwingungsdauer

T $[T] = 1\,s$ Sekunde

Frequenz = Anzahl der Schwingungen

pro Zeiteinheit

$$f = \frac{1}{T} \qquad [f] = \frac{1}{[T]} = \frac{1}{s} = 1\,\text{Hertz}$$
$$= 1\,\text{Hz}$$

$f = 5\,\text{Hz} \;\hat{=}\; 5$ Schwingungen pro Sekunde

$$\Rightarrow T = \frac{1\,s}{5} = 0{,}2\,s = \frac{2}{10}\,s = \frac{1}{5}\,s$$

Amplitude = maximale Auslenkung

beliebige Auslenkung zwischen Ruhelage und Amplitude: Elongation

$\Rightarrow$ Die Elongation liegt zu jedem Zeitpunkt zwischen den beiden Amplituden.

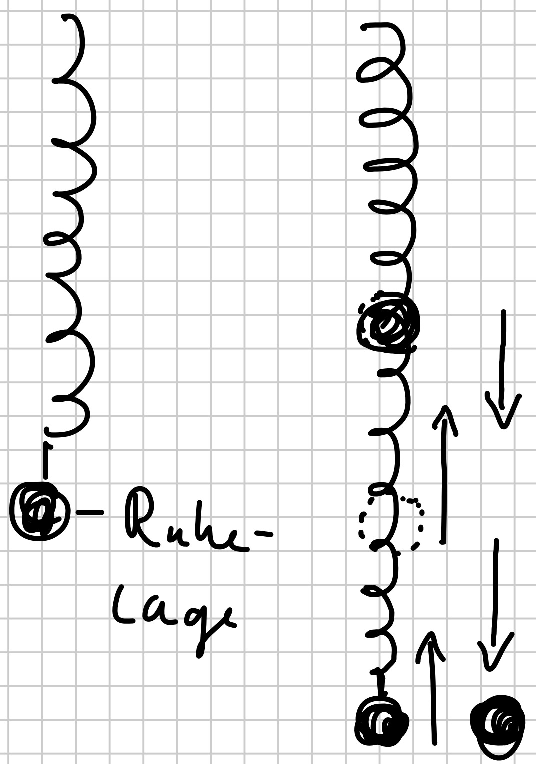
Auslöser: Das Wirken einer Kraft!

→ dann sich selbst überlassen, kein äußerer Einfluss

→ Hookesches Gesetz: $F = D \cdot s$

D: Federhärte

s: Auslenkung (Dehnung / Stauchung)



⇒ permanentes Wechselspiel zwischen Federkraft und Trägheit

Kraft $\quad \underline{\underline{F}} = D \cdot \underline{\underline{s}}$ $\quad$ proportional zur Auslenkung!

2. Newtonsches Axiom:

$$F = m \cdot a$$

$$D \cdot s = m \cdot \underset{\uparrow}{a}$$

Beschleunigung
≙ Änderung der
Geschwindung

$$a = \dot{v} = v'$$

Geschwindigkeit
≙ Änderung des
Ortes

$$v = \dot{s} = s'$$

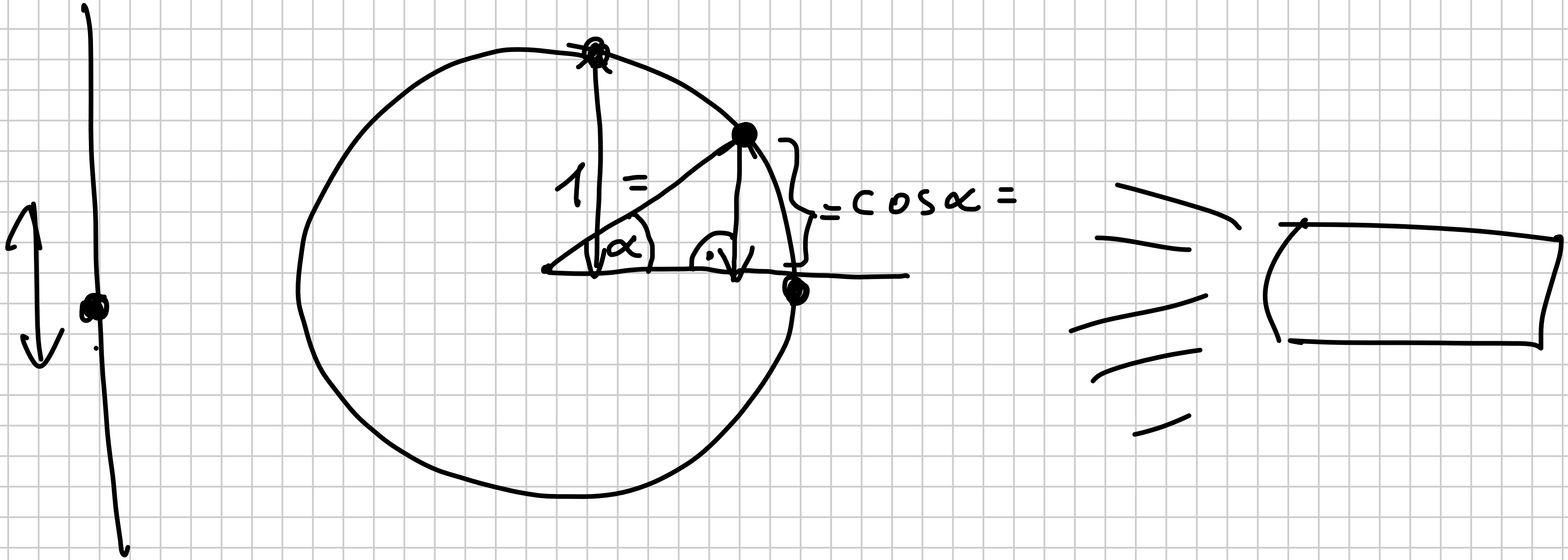
$\Rightarrow a = v' = (s')' = s''$

Beschleunigung = 2. Abl. d. Ortes nach der Zeit

$D \cdot s = m \cdot s''$

$D \cdot s(t) = m \cdot s''(t)$ „Differentialgleichung"

In der Schattenprojektion sind Kreisbewegung und Federschwingung gleich!



$$s(t) \approx \underline{\cos\alpha(t)} \qquad s'(t) = -\sin\alpha(t)$$

$$s''(t) = -\cos\alpha(t)$$

$$D \cdot s(t) = m \cdot s''(t)$$

$$D \cdot \cos\alpha(t) = -m \cdot \cos\alpha(t)$$

$$x(t) = \underline{x_0} \cdot \cos(\underline{\omega} \cdot t + \underline{\varphi_0})$$

Amplitude

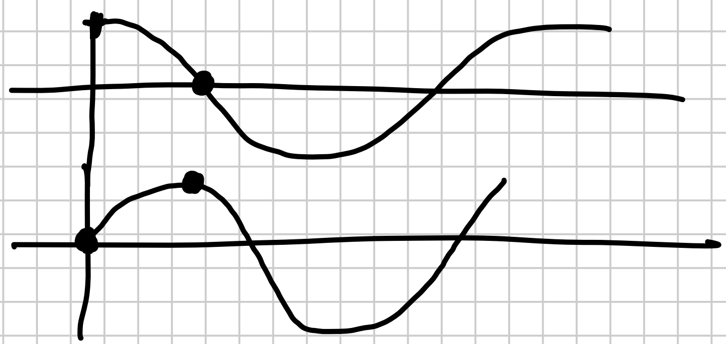
Anfangselongation

Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$$

Weg-Zeit-Gesetz:

$$x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$



$$v(t) = -x_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$a(t) = -x_0 \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$D \cdot x = \cancel{m} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ x''(t)}}{a}$$

$$D \cdot x = m \cdot x''(t)$$

$$D \cdot \cancel{x_0} \cdot \cancel{\cos(\omega \cdot t + \varphi_0)} = -m \cdot \cancel{x_0} \omega^2 \cancel{\cos(\omega \cdot t + \varphi_0)}$$

$$D = -m\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = +\frac{D}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

$$2\pi f = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}}}$$

Eigenfrequenz d. Federpendels

Analog: Fadenpendel

$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

<u>Bsp.:</u> Sekundenpendel

$T = 1\,s$ $\qquad$ $f = 1\,Hz$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$1\,\mathrm{Hz} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}{l}}$$

$$\left(\frac{2\pi}{s}\right)^2 = \frac{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}{l}$$

$$\frac{4\pi^2}{s^2} = \frac{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}{l}$$

$$\frac{l}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}} = \frac{s^2}{4\pi^2}$$

$$l = \frac{9{,}81\,\mathrm{m}/\cancel{s^2} \cdot \cancel{s^2}}{4\pi^2} = \underline{\underline{0{,}25\,\mathrm{m}}}$$

In der Regel hat man immer eine gedämpfte Schwingung.

Behebung durch periodische Energiezufuhr mit gleichem T!

Externe Frequenz = Eigenfrequenz

$\longrightarrow$ schaukelt sich die Schwingung „Resonanz" $\longrightarrow$ Resonanzkatastrophe!

sonst: Ext. Frequenz $\neq$ Eigenfrequenz

$\longrightarrow$ Schwingung wird behindert