Prof. Dr. Jörg Winkelmann SS 2008

Übungen zur Vorlesung Algebraische Kurven

2. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei R ein noetherscher Ring.
Zeigen Sie:
Jedes Ideal $I \subset R$ ist in einem maximalen Ideal M enthalten.

Aufgabe 2.
Sei I das von $P = X^2(X-1)^2 + Y^2$ erzeugte Ideal in $\mathbf{R}[X, Y]$ und sei $Z = V(I)$. Zeigen Sie: P ist ein irreduzibles Polynom, aber $V(I)$ ist keine irreduzible algebraische Menge.

Aufgabe 3.
Sei $C = \{(x, y) \in \mathbf{C}^2 : xy = 1\}$ und $Q = \{(x, y) : y = x^2\}$.
Existiert eine nicht-konstante polynomiale Abbildung $P : \mathbf{C}^2 \to \mathbf{C}^2$ mit $P(Q) \subset C$?
Falls ja, kann man zusätzlich ereichen, daß die Einschränkung $P|_Q$ nicht-konstant ist?

Aufgabe 4. Zeigen Sie, daß die Zariski-Topologie auf $\mathbf{C}^2 = \mathbf{C} \times \mathbf{C}$ nicht die Produkttopologie der Zariski-Topologien der beiden Faktoren $\mathbf{C}$ ist.

Abgabe: Bis Montag, 5. Mai, 10 Uhr vor meinem Büro