Prof. Dr. Jörg Winkelmann SS 2008

Übungen zur Vorlesung Algebraische Kurven

4. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei $I = (x^2 - yz, xz - x) \subset \mathbf{C}[x, y, z]$.
Bestimmen Sie die irreduziblen Komponenten von $V(I) \subset \mathbf{C}^3$.

Aufgabe 2. Sei k ein algebraisch abgeschlossener Körper der Charakteristik $p > 0$ und sei $P \in k[X]$.
Zeigen Sie: $P' \equiv 0$ *gilt genau dann, wenn es ein Polynom* $Q \in k[X]$ *gibt sodass* $Q^p = P$.

Aufgabe 3. Sei S eine endliche Teilmenge des $\mathbf{C}^2$.
Zeigen Sie:

1. Es gibt eine lineare Abbildung $L : \mathbf{C}^2 \to \mathbf{C}$ sodass $L|_S$ injektiv ist.
2. Wenn $S = \{(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)\}$ gilt und P ein Polynom ist mit $P(x_i) = y_i$ für alle $i \in \{1, \ldots, n\}$, dann wird durch $\phi(x, y) = (x, y - P(x))$ ein Automorphismus ϕ von $\mathbf{C}^2$ definiert (d.h. ϕ ist eine polynomiale Abbildung und es gibt eine polynomiale Abbildung ψ sodass $\phi \circ \psi = id_{\mathbf{C}^2} = \psi \circ \phi$).
3. Es gibt zwei Polynome $f, g \in \mathbf{C}[x, y]$ sodass $S = V(f, g)$.

Abgabe: 19. Mai 2008