

Übungen zur Vorlesung Algebraische Kurven

6. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei K ein unendlicher Körper.

Zeigen Sie:

$$\{[x : y : z] \in \mathbf{P}_2(\mathbf{K}) : x^2 + y^2 = z^2\}$$

hat unendlich viele Elemente.

Aufgabe 2. Zeigen Sie:

Durch

$$\phi([x_0 : x_1], [y_0 : y_1]) = [x_0y_0 : x_1y_0 : x_0y_1 : x_1y_1]$$

wird eine bijektive Abbildung von $\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_1$ auf eine abgeschlossene algebraische Menge in \mathbf{P}_3 definiert.

Aufgabe 3. Sei K ein Körper.

Bestimmen Sie für welche $\lambda, c \in K$ die ebene Kurve

$$C = \{(x, y) : x^3 + \lambda x + c = y^2\}$$

mindestens einen singulären Punkt besitzt.

Abgabe: 2. Juni 2008