Mathematisches Institut der Universität Basel
Vorlesung Infinitesimalrechnung I (WS 99/00)

PD Dr. Jörg Winkelmann

Aufgabenblatt 10

Abgabetermin: 14. Januar 2000

1. Sei $f : [a, b] \to [c, d]$ eine stetige bijektive Abbildung.

   Zeige: f ist streng monoton (steigend oder fallend).

2. Gibt es a) eine bijektive, b) eine stetige bijektive Abbildung von $[0, 1]$ nach $[0, 1[$?

3. Zeige: $\sinh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist bijektiv.

4. Jede stetige Funktion $f : [a, b] \to [a, b]$ hat einen Fixpunkt

   (d.h. $\exists c \in [a, b] : f(c) = c$).

5. tan ist definiert durch $\tan(x) = \sin(x)/\cos(x)$ für $\cos(x) \neq 0$.

   Zeige: Wenn $\cos(x), \cos(y), \cos(x + y) \neq 0$, dann

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

(*) 6. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion, die im Nullpunkt stetig ist. Sei ferner $f(0) = 1$ und $f(x + y) \leq f(x)f(y)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$.

   Zeige: f ist auf ganz $\mathbb{R}$ stetig.