

# Übungen zur Vorlesung Funktionentheorie

## 4. Übungsblatt

### Aufgabe 1.

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

1.  $\int_{\gamma} z \cos z dz$  mit  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbf{C}$  und  $\gamma(t) = -i + 2ti$ .
2.  $\int_{\rho} |z| dz$  mit  $\rho : [0, 1] \rightarrow \mathbf{C}$  und  $\rho(t) = 2t - 1$ .
3.  $\int_{\zeta} |z| dz$  mit  $\zeta : [0, 1] \rightarrow \mathbf{C}$  und  $\zeta(t) = -e^{\pi it}$ .

**Aufgabe 2.** Entwickeln Sie die folgenden Funktionen in eine Potenzreihe  $\sum_k a_k (z - z_0)^k$  mit Entwicklungspunkt  $z_0$ :

1.  $f(z) = e^z, \quad z_0 = \pi i,$
2.  $g(z) = \frac{1}{(1+z^2)(1-z)^2}, \quad z_0 = 0.$

**Aufgabe 3.** Untersuchen Sie, ob es eine offene Umgebung  $G$  von 1 gibt, in der  $g(z) = xy^2$  Realteil einer auf  $G$  komplex differenzierbaren Funktion ist (wobei  $x = \Re(z)$  und  $y = \Im(z)$ ).

Abgabe: 16. Mai 2008