

Übungen zur Vorlesung Vertiefung der Funktionentheorie

2. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei f eine holomorphe Funktion auf $\Delta^* = \{z : 0 < |z| < 1\}$ mit einer unwesentlichen Singularität in 0 und sei f' die Ableitung von f .

Zeigen Sie: f' hat eine unwesentliche Singularität in 0.

Aufgabe 2. Sei $U \subset \mathbf{C}$ eine offene Teilmenge und sei f eine meromorphe Funktion auf U . Man betrachte f als eine Abbildung von U nach $\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C} \cup \{\infty\}$.

Zeigen Sie:

Das Bild $f(U)$ ist eine offene Teilmenge von $\hat{\mathbf{C}}$.

Aufgabe 3

Auf \mathbf{C} kann man durch

$$\delta(z, w) = \frac{|z - w|}{\sqrt{(1 + |z|^2)(1 + |w|^2)}} \quad (z, w \in \mathbf{C})$$

eine Metrik definieren.

Zeigen Sie:

Sei z_n eine Folge komplexer Zahlen mit $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n| = +\infty$. Dann ist z_n eine Cauchyfolge bezüglich δ .

Abgabe: 30. Oktober 2008, vor der Vorlesung

Maximal zwei Namen auf einem Blatt.