Übungen zur Vorlesung Vertiefung der Funktionentheorie

5. Übungsblatt

Aufgabe 1.
Seien $a_0, \dots, a_{d-1}$ holomorphe Funktionen auf $\Delta = \{z : |z| < 1\}$ und sei f eine holomorphe Funktion auf $\Delta^* = \{z \in \mathbf{C} : 0 < |z| < 1\}$ sodass

$$(f(z))^d + \sum_{k=0}^{d-1} a_k(z)\,(f(z))^k = 0$$

für alle $z \in \Delta^*$.
Zeigen Sie:
f läßt sich zu einer holomorphen Funktion auf Δ fortsetzen.

Aufgabe 2. Man beweise, daß eine Laurentreihe in ihrem Konvergenzgebiet gliedweise differenziert werden darf.

Aufgabe 3. Sei $f : \mathbf{C} \to \mathbf{C}$ eine holomorphe Funktion, und g die auf $\mathbf{C}^*$ durch $g(z) = f(\frac{1}{z})$ definierte holomorphe Funktion. Man zeige: die isolierte Singularität 0 von g ist genau dann eine Polstelle d-ter Ordnung, wenn f ein Polynom vom Grade d ist.

Abgabe: 20. November 2008, vor der Vorlesung

Maximal zwei Namen auf einem Blatt.