

Übungen zur Vorlesung Linearen Algebra I

Blatt 2

Aufgabe 1

Es seien A, B, C Mengen und $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ Abbildungen.

Zeigen Sie:

1. Wenn $g \circ f$ surjektiv ist, dann ist auch g surjektiv.
2. Wenn $g \circ f$ injektiv ist, dann ist auch f injektiv.

Aufgabe 2

Untersuchen Sie folgende Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität:

1. $Q : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ wobei $Q(n)$ die *Quersumme* von n ist, also die Summe der Ziffern von n in der Dezimaldarstellung.
2. $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ gegeben durch $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$.
3. $g : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ gegeben durch $(x, y) \mapsto (x - y, x + y)$.
4. $\chi_{\mathbf{Q}} : \mathbf{R} \rightarrow \{0, 1\}$ definiert durch

$$\chi_{\mathbf{Q}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x \notin \mathbf{Q}, \\ 1 & \text{falls } x \in \mathbf{Q}, \end{cases}$$

Aufgabe 3

Sei $F : A \rightarrow B$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

Für beliebige Untermengen $M, N \subset A$ gilt

$$F(M \cup N) = F(M) \cup F(N)$$

und

$$F(M \cap N) \subset F(M) \cap F(N).$$

Geben Sie ein Beispiel, in dem $F(M \cap N) \neq F(M) \cap F(N)$.

Abgabe: Dienstag, den 28.10.2008, vor der Vorlesung.

Hinweise: Bitte Namen und Übungsgruppe auf jedem Blatt. Maximal 3 Namen zusammen. Für jede Aufgabe ein separates Blatt.