

Physik 1  
Mechanik  
Vorlesungsskript aus Mitschriften

Sebastian Ritz

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Messen, Masse, Einheiten</b>	<b>4</b>
1.1	Physikalische Größen . . . . .	4
1.1.1	Umrechnung von Einheiten . . . . .	4
1.1.2	Größenart bzw. Dimension einer physikalischen Größe	5
<b>2</b>	<b>Mechanik</b>	<b>6</b>
2.1	Kinematik des Massepunktes . . . . .	6
2.2	Geradlinige gleichförmige Bewegung-Demoversuch . . . . .	6
2.3	Genauigkeitsangabe physikalischer Größen . . . . .	7
2.4	Praktische Hinweise-Plausibilitätsprüfung . . . . .	9
2.5	Ermittlung von Meßfehlern . . . . .	10
2.6	Räumliche Bewegungen . . . . .	12
2.7	Horizontaler Wurf . . . . .	13
2.7.1	horizontale Bewegung . . . . .	13
2.7.2	vertikale Bewegung bei gleichförmiger Beschleunigung	13
2.8	Weitergehende Betrachtung von statistischen Problemen . . .	13
2.8.1	Fehlerfortpflanzung . . . . .	14
2.9	Die gleichförmige Kreisbewegung . . . . .	17
2.10	Die ungleichmäßige Kreisbewegung . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Dynamik von Massenpunkten</b>	<b>19</b>
3.1	Newton'sche Axiome . . . . .	19
3.2	Die Newtonschen Axiome - Übersicht . . . . .	21
3.2.1	Trägheitsprinzip - Lex 1 . . . . .	21
3.2.2	Aktionsprinzip - Lex 2 . . . . .	21
3.2.3	Reaktionsprinzip - Lex 3 . . . . .	21
3.3	Gravitationskraft . . . . .	21
3.4	Scheinkräfte(Trägheitskräfte) . . . . .	22
3.4.1	Zentrifugalkraft . . . . .	22
3.4.2	Corioliskraft . . . . .	23
3.4.3	Formeln zu Coriolis . . . . .	23
3.5	Reibungskräfte . . . . .	24
3.5.1	Viskose Reibung-Stokes'sche Reibung . . . . .	25

3.6	Arbeit und Leistung . . . . .	25
3.7	Mechanische Arbeit . . . . .	26
3.8	Präzisierung der potentiellen Energie . . . . .	26
3.9	Kraftfelder(Gravitationskraft) . . . . .	26
3.10	Abgeschlossene Systeme mit konservativen Kräften(mechanische) . . . . .	27
	3.10.1 Energieerhaltung(Erfahrungssatz) . . . . .	27
3.11	Impulserhaltungssatz . . . . .	27
	3.11.1 kurzzeitig wirkende Kräfte (keine genau bekannte Zeitabhängigkeit) . . . . .	28
	3.11.2 Raketen-Antrieb . . . . .	28
	3.11.3 Übersicht Rakete - Formeln . . . . .	30
3.12	Stöße in abgeschlossenen Systemen . . . . .	31
	3.12.1 Stoßgesetz in abgeschl. Systemen . . . . .	31
3.13	Mechanische Schwingung . . . . .	33
3.14	Harmonische Schwingung . . . . .	33
	3.14.1 horizontales Federpendel . . . . .	33
	3.14.2 senkrecht lineares Federpendel . . . . .	35
	3.14.3 mathematisches Fadenpendel . . . . .	36
3.15	Starre Körper . . . . .	37
	3.15.1 Drehbewegung starrer Körper . . . . .	37
	3.15.2 Analogie . . . . .	37
3.16	Gegenüberstellung von Translation und Rotation . . . . .	39
3.17	Gleichgewichtsbedingung . . . . .	39
	3.17.1 für starre Körper . . . . .	39
	3.17.2 Statik deformierbarer Körper . . . . .	41
3.18	Starre deformierbare Körper . . . . .	41
	3.18.1 Querkontraktion . . . . .	41
	3.18.2 Volumenänderung(einachsiger Spannungszustände . . . . .	41
	3.18.3 Biegung . . . . .	42
	3.18.4 Scherung . . . . .	42
	3.18.5 Torsion . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Statik von Flüssigkeiten und Gasen</b>	<b>43</b>
<b>5</b>	<b>Spezielle Relativitätstheorie</b>	<b>44</b>
5.1	Inertialsysteme und Galilei-Transformation . . . . .	44
	5.1.1 Galilei-Transformation . . . . .	45
5.2	Lorentz-Transformation . . . . .	45
	5.2.1 Einsteins Postulate (1905) . . . . .	45
	5.2.2 Lorentz-Transformationen . . . . .	46
	5.2.3 weitere Überlegungen . . . . .	46
5.3	Relativität der Zeit . . . . .	47
5.4	Zeitdilatation . . . . .	47

5.4.1	Myonen-Zerfall . . . . .	48
5.5	Relativistischer Impuls, Energie . . . . .	48
5.5.1	relativistische Energie . . . . .	49
5.6	Bindungsenergie pro Nukleon als Fktn. der Massenzahl A . . . . .	50
5.7	Kernspaltung . . . . .	50

# Kapitel 1

## Messen, Masse, Einheiten

### 1.1 Physikalische Größen

Eindeutig definierte und quantifizierte Begriffe. Der Wert jeder physikalischen Größe besteht aus dem Produkt aus einem Zahlenwert und einer Einheit:

$$A = A(A) \quad (1.1)$$

Die Messung einer physikalischen Größe besteht aus der Bestimmung des Zahlenwertes durch Vergleich mit einem festgelegten Maßstab(Einheiten).  
⇒ Einheiten müssen durch Vereinbarung auf reproduzierbare Weise definiert sein. Der Physiker benötigt 7 Grundeinheiten:

Tabelle 1.1: SI-Grundeinheiten

Länge	Meter	m
Masse	Kilogramm	kg
Zeit	Sekunde	s
elek, Stromstärke	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	k
Stoffmenge	Mol	mol
Lichtstärke	Candella	cd

#### 1.1.1 Umrechnung von Einheiten

Marathonläufer Pheidippides, 590 v. Chr.) Dieser soll mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit  $\bar{v} = 23 \frac{\text{Riden}}{h}$  1 Ride = 4 Stadien, 1 Stadion = 6 Plethen, 1 Plethen = 30,8 m.

$$\bar{v} = 23 \cdot \frac{1 \text{ride}}{1h}$$

$$\begin{aligned}
&= 23 \cdot 4 \cdot \frac{6\text{Plethen}}{1h} \\
&= 23 \cdot 4 \cdot 6 \frac{30,8m}{h} \\
&= 17 \frac{17}{h}
\end{aligned}
\tag{1.2}$$

### 1.1.2 Größenart bzw. Dimension einer physikalischen Größe

Wenn wir quantitativ phys. Größen erfassen wollen kommen wir mit 7 Grundeinheiten aus(vgl. vorher). Die Dimension ist die Zusammensetzung aus Grundgrößenarten. Das Beispiel der Geschwindigkeit:

$$v = \frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}} \tag{1.3}$$

# Kapitel 2

## Mechanik

### 2.1 Kinematik des Massepunktes

*Massepunkte* sind Körper dessen Lage durch einen einzigen Punkt beschrieben werden können ohne Rücksicht auf seine Struktur.

*Kinematik* ist die Beschreibung der Bewegung ohne Rücksicht auf die Ursache

Bestimmung der zurückgelegten Wege und der dafür benötigten Zeiten sind hierfür wichtig. Somit benötigt die Längenmessung und die Zeitmessung. 1791 vereinheitlichte man demnach die System. Das Pariser Urmeterer wurde eingeführt. Dieser definiert sich durch den  $10^{-7}$ -ter Teil eines Erdquadranten. 1889 wurde dann ein temperaturstabiles Invar Stück gefertigt. Heutzutage wird der Meter über die Lichtgeschwindigkeit bestimmt.

### 2.2 Geradlinige gleichförmige Bewegung-Demoversuch

Hierfür haben wir einen Wagen auf einer horizontal ausgerichteten Luftkissenbahn. Es wurde keine elektrische Messwertaufnahme genommen, sondern es wurde mit einem Metronom ein Takt vorgegeben und bei jedem Klick wurde die Position des Wagens markiert. Anschließend wurde es mit Lichtschranken erledigt. Die Daten Tabelle 2.1 zu übernehmen:

Tabelle 2.1: gleichförmige Bewegung - Messwerte

Ort	Zeit [t]	absolute Zeit
0	0	0
1	1,66	1,66
3	5,09	1,7
4	6,8	1,71

Geschwindigkeit ist eine mathematische Wirkgröße:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.1)$$

So ließe sich die Geschwindigkeit für jeden Punkt bestimmen. Geschwindigkeit ist bei horizontaler Luftkissenbahn konstant, da keine/kaum Reibung auftritt  $\Leftrightarrow$  gleichförmige Bewegung  $v = \text{const.}$  Aus obiger Gleichung lässt sich auch folgendes berechnen:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \quad (2.2)$$

## 2.3 Genauigkeitsangabe physikalischer Größen

*Grundfrage: Wie viele Stellen muss man angeben?*

Beispiel: Tischfläche (Meßgröße: Zollstock)

Tabelle 2.2: Aufgenommene Daten

Länge	l	153,2	$\pm 0,1\text{cm}$
Breite	b	82,5	$\pm 0,1\text{cm}$

Dies ergibt dann eine Fläche von

$$\Rightarrow A = l \cdot b = 123639,00\text{cm}^2 \quad (2.3)$$

Allerdings ergibt sich mit den eingerechneten Fehlern ein Minimum von

$$153,1 \cdot 82,4 = 12615,44\text{cm}^2 \quad (2.4)$$

. Für das Maximum allerdings ergibt sich ein Wert von  $12662,58\text{cm}^2$ . Dies ergibt dann weiterhin ein  $\Delta A$  von  $47,14\text{cm}^2$  das  $\Delta A/2$  ergibt sich dann zwangsläufig und das Ergebnis lautet dann:

$$\begin{aligned} A &= 12639 \pm 23,57\text{cm}^2 \\ \Rightarrow &1,26 \cdot 10^4 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Das Ergebnis haben wir auf die signifikanten Stellen reduziert. Nur diese Werte brauchen angegeben werden. Wir geben bis zu der Stelle an, an der es beginnt wackelig zu werden. Des weiteren geben wir für gewöhnlich noch die Meßgenauigkeitsstelle an. Damit ergibt sich A zu:  $A = 1,264 \cdot 10^4\text{cm}^2$  Gibt man nur die sicheren Stellen an, so dürfen diese nicht gerundet werden!! Wird die unsicher Stelle auch angegeben, dann darf gerundet werden.



Regel: Bei Multiplikation und/oder Division bestimmt sich die Zahl der signifikanten Stellen durch den Faktor mit niedrigster Zahl an signifikanten Stellen. Bei Addition oder Subtraktion wird das Ergebnis durch den ungenauesten Term bestimmt.

Beispiel: Tischlänge wird mit dem Zollstock auf  $153,2 \pm 0,1$  cm bestimmt. Dann wird ein Umleimer aufgeklebt dessen Dicke mit einem Messschieber bestimmt. Diese beträgt  $0,27 \pm 0,01$  cm. Somit errechnet sich die Gesamtdicke nach:

$$153,2(\pm 0,1) + 2 \cdot (0,27(\pm 0,01)) = D \quad (2.6)$$

Der letzte Fehler fällt natürlich unter den Tisch da er kleiner ist. Demnach ergibt sich d eigentlich zu:

$$152,2 + 0,54 = 152,74 = 152,7 \pm 0,1 \text{ cm} \quad (2.7)$$

## 2.4 Praktische Hinweise-Plausibilitätsprüfung

- Größenordnung abschätzen

Beispiel:wieder die Tischfläche notiertes Ergebnis: 1263,900 cm<sup>2</sup>(Tippfehler am Taschenrechner)

Dann machen wir eine Abschätzung: Länge war 1,5m und eine Breite von 0,75 m Die Fläche wäre dann

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{8} m^2 \quad (2.8)$$

Somit fällt der Fehler sofort auf.

- Die Dimension des Ergebnisses betrachten

## 2.5 Ermittlung von Meßfehlern

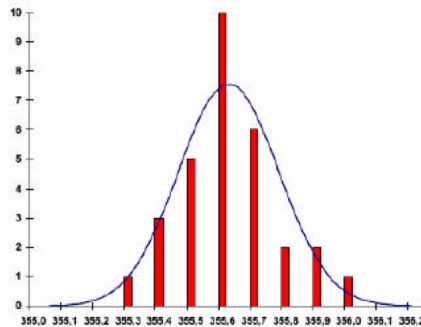
### Häufigkeitsverteilung von Messdaten (statistische Verteilung)

Pos.	Messwert	Abweichung
1	355,6	-0,02
2	355,8	0,18
3	355,5	-0,12
4	355,6	-0,02
5	355,6	-0,02
6	355,9	0,28
7	355,5	-0,12
8	355,4	-0,22
9	355,6	-0,02
10	355,7	0,08
11	355,6	-0,02
12	355,9	0,28
13	356,0	0,38
14	355,6	-0,02
15	355,3	-0,32
16	355,7	0,08
17	355,8	0,18
18	355,6	-0,02
19	355,4	-0,22
20	355,5	-0,12
21	355,6	-0,02
22	355,7	0,08
23	355,7	0,08
24	355,5	-0,12
25	355,4	-0,22
26	355,5	-0,12
27	355,7	0,08
28	355,6	-0,02
29	355,6	-0,02
30	355,7	0,08

Tabelle mit Messwerten einer Längenmessung.

Auswertung liefert einen Mittelwert von  $\bar{l} = 355,62 \text{ mm}$

Und eine Standardabweichung  $\sigma = 0,16$



Quelle: Zabel-Vorlesung: Physik1, (RUB, WS 04/05)

Mittelwert: 
$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Standardabweichung: 
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}$$

1. Abschätzung aus Skalengenauigkeit
2. Mögliche systematische Fehler vermeiden (Temperatureinflüsse, Nullpunktungenauigkeit, Nichtlinearitäten in den Skalen)
3. Zufällig verteilte Meßfehler  $\rightarrow$  Meßwert:  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$   
Es müssen Fehlergrenzen abgeschätzt werden!

Mittelwert der Abweichung:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) \text{ wird nahe an } 0 \text{ liegen} \quad (2.9)$$

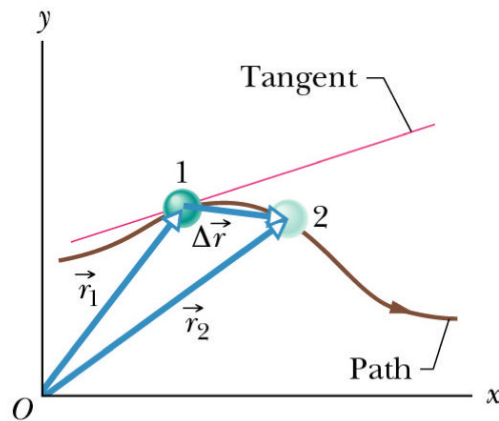
Oben genannte Formel wird keine Aussagekraft besitzen! Die Varianz jedoch wird eine Aussage haben:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \text{ mittl. quad. Abweichung} \quad (2.10)$$

Um eine wirkliche Aussage über die Unsicherheit machen zu können verwendet man die Standardabweichung:

$$\sigma = \frac{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}}{N-1} \quad (2.11)$$

## 2.6 Räumliche Bewegungen



$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}$$

**Geschwindigkeit:**

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dx/dt \\ dy/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

Betrag:  $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

**Beschleunigung:**

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dv_x/dt \\ dv_y/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

Betrag:  $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

Wir benötigen zunächst ein Koordinatensystem. Dieses kann willkürlich festgelegt werden aber wir müssen darauf achten, dass alle drei Raumrichtungen beinhaltet sind. Wir nutzen das kartesische System (rechtwinkliges System). Wir müssen uns nur einigen, wo der Ursprung liegt. Wir müssen daher das System auf die Problemstellung anpassen. Wenn wir einen Massenpunkt im System haben, dann geben wir dessen Position in der Form  $P(x_0, y_0, z_0)$  an.

## 2.7 Horizontaler Wurf

### 2.7.1 horizontale Bewegung

$$v_x(t) = \text{const} = v_{x0} \quad (2.12)$$

$$x(t) = \int_0^t v_x dt' = v_{x0} \cdot t \quad (2.13)$$

### 2.7.2 vertikale Bewegung bei gleichförmiger Beschleunigung

$$v_z(t) = \int_0^t (-g) dt' = -g \cdot t \quad (2.14)$$

$$z(t) = \int_0^t v_z dt' = -g \int_0^t t' dt' = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 \quad (2.15)$$

Des Weiteren kann man das  $t$  aus Gleichung 2.13 errechnen und ergibt sich zu:  $t = \frac{x}{v_{x0}}$ . Die Formel für die Bahnkurve des horizontalen Wurfes kann man dann nach:

$$z = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{v_{x0}^2} \quad (2.16)$$

berechnen und des weiteren ergibt sich dann

$$z = -\frac{g}{2v_{x0}^2}x^2 \quad (2.17)$$

## 2.8 Weitergehende Betrachtung von statistischen Problemen

Die Abweichung von dem Mittelwert  $\bar{x}$  vom wahren Wert  $x_W$  beträgt:

$$\Delta\bar{x} = |\bar{x} - x_w| = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (2.18)$$

Dieses Ergebnis besagt, dass auch wenn man viele Messwerte nimmt die Anzahl der Versuche nur mit der Wurzel eingeht. Die Streuung der Messwerte ergibt sich nach:

$$x = \bar{x} \pm \sigma \quad (2.19)$$

Die Angabe über die Güte des Mittelwertes bezgl dem wahren Wert drückt man nach:

$$x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x} \quad (2.20)$$

aus. Dies bedeutet, dass die Häufigkeitsverteilung nicht schmaler wird, sondern die Glockenkurve wird immer genauer ausgeprägt. Man kann also den Mittelwert nicht genauer angeben, sondern man kann schauen ob der Mittelwert näher am wahren Wert liegt.

### **2.8.1 Fehlerfortpflanzung**

Wie überträgt sich die aus verschiedenen Werten zusammengesetzte, fehlerbehafteten Werten auf die endliche Ergebnisgröße? Dies muss nach Fehlerfortpflanzung berechnet werden. Wir können also den Fehler der einfach Messgröße nach der zu bestimmenden Größe ableiten und erhalten dann den Gesamtfehler. Weitere Beispiele finden sich im Script und müssen an dieser Stelle hereinkopiert werden.

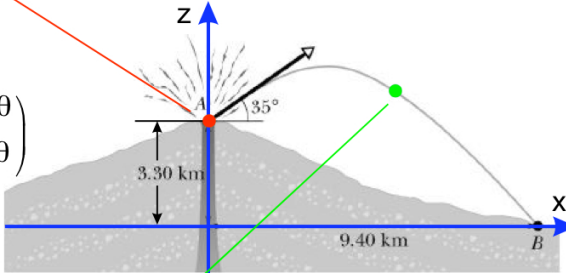
## Bahnkurve der Wurfbewegung (I)

### Anfangswerte ( $t = 0$ ):

Ort:  $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$

Geschw.:  $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ v_{z0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cos \theta \\ v_0 \sin \theta \end{pmatrix}$

Beschl.:  $\vec{a}_0 = \begin{pmatrix} a_{x0} \\ a_{z0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$



### Werte zu einem Zeitpunkt $t > 0$ :

Ort:  $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x_0 + v_{x0} \cdot t \\ z_0 + v_{z0} \cdot t - (1/2)g \cdot t^2 \end{pmatrix}$

Geschw.:  $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_{x0} \\ v_{z0} - g \cdot t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cos \theta \\ v_0 \sin \theta - g \cdot t \end{pmatrix}$

Beschl.:  $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} a_{x0} \\ a_{z0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$

### Bahnkurve $z = f(x)$ durch Eliminieren von $t$ aus $x(t)$ und $z(t)$ :

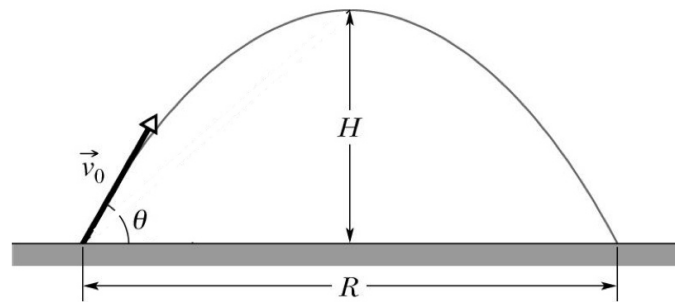
$$x(t) = x_0 + v_{x0} \cdot t \Rightarrow t = \frac{x - x_0}{v_{x0}}$$

$$z(t) = z_0 + v_{z0} \cdot t - (1/2)g \cdot t^2$$

$$\begin{aligned} z(x) &= z_0 + \frac{v_{z0}}{v_{x0}} \cdot (x - x_0) - \frac{g}{2 \cdot v_{x0}^2} \cdot (x - x_0)^2 \\ &= z_0 + \tan \theta \cdot (x - x_0) - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot (x - x_0)^2 \end{aligned}$$



## Bahnkurve der Wurfbewegung (II)



$$(x_0 = 0; z_0 = 0) \Rightarrow z(x) = \frac{v_{z0}}{v_{x0}} \cdot x - \frac{g}{2 \cdot v_{x0}^2} \cdot x^2 = \tan \theta \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot x^2$$

**Horizontale Reichweite  $R$ :**

$$z(R) = 0 \Rightarrow 0 = \tan \theta \cdot R - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot R^2 \Rightarrow R = \frac{2v_0^2}{g} \cdot \underbrace{\left( \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right) \cdot \cos^2 \theta}_{\left( \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right) \cdot \cos^2 \theta = \frac{1}{2} \cdot \sin 2\theta}$$

$$R = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\theta$$

(maximale Reichweite:  $R_{\max} = v_0^2/g$  für  $\theta = 45^\circ$ )

**Höhe der Bahnkurve  $H$ :**

$$z(R/2) = H \Rightarrow H = \tan \theta \cdot \left( \frac{v_0^2 \cdot \sin \theta \cos \theta}{g} \right) - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot \left( \frac{v_0^2 \cdot \sin \theta \cos \theta}{g} \right)^2$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \cdot \sin^2 \theta$$

(maximale Höhe:  $H_{\max} = v_0^2/2g$  für  $\theta = 90^\circ$ )

## 2.9 Die gleichförmige Kreisbewegung

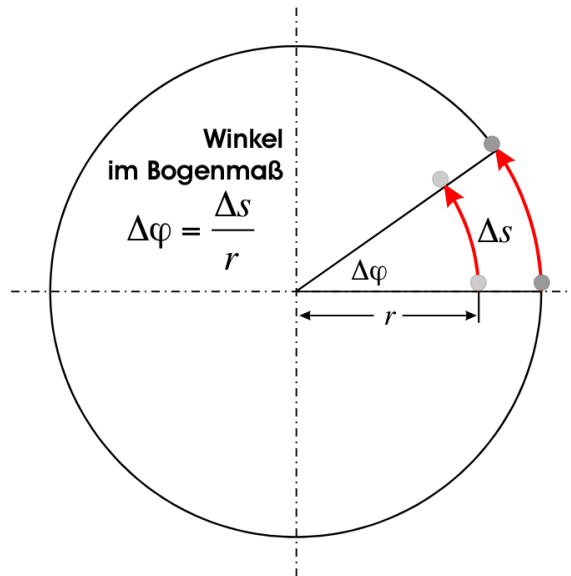


Abbildung 2.1: Kreisbewegung

Bahngeschwindigkeit:

$$v_B = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = r \cdot \omega \quad (2.21)$$

Die Einheit des Winkels ist dimensionslos (besser  $\dim=1$ ). Die Einheit ist 1 rad.

Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{v_B}{r} \quad (2.22)$$

Ein voller Umlauf ( $\Delta\varphi = 360^\circ \equiv 2\pi$ ):  $\omega = \frac{2\pi}{T}$   
 $\Rightarrow$  Umlaufzeit:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ; Drehzahl:  $n = \frac{1}{T}$

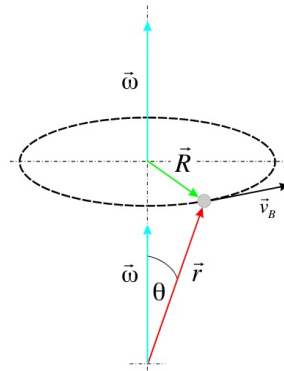
$$|\vec{R}| = |\vec{r}| \cdot \sin \rho \quad (2.23)$$

$$|\vec{v}_B| = |\vec{R}| \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = |\vec{r}| \cdot \omega \sin \rho \quad (2.24)$$

$$\Rightarrow \vec{v}_B = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (2.25)$$

Der Betrag der Bahngeschwindigkeit ist konstant, aber; die Richtung der Bahngeschwindigkeit ist nicht konstant!

$$\Rightarrow \text{Beschleunigung } \vec{a}_R = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{v}_B \quad (2.26)$$



Die Zentripetalbeschleunigung ergibt sich zu:

$$|\vec{a}_R| = |\vec{\omega} \times \vec{v}_B| = \omega \cdot v_B = \omega^2 \cdot r = \frac{v_b^2}{r} \quad (2.27)$$

## 2.10 Die ungleichmäßige Kreisbewegung

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} + R + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{R}}{dt} \quad (2.28)$$

Erster Teil gibt die Bahnbeschleunigung an und der zweite Teil gibt die Radialbeschleunigung an. Für die Bahnbeschleunigung kann man vom Betrag her schreiben:

$$|\vec{a}_B| = \frac{d\omega}{dt} \cdot R = \frac{d}{dt} \left( \frac{v_g}{R} \right) R = \frac{d}{dt} v_b = \dot{v}_B \quad (2.29)$$

# Kapitel 3

## Dynamik von Massenpunkten

### 3.1 Newton'sche Axiome

Bisher wurde sich noch nicht darum gekümmert warum sich etwas überhaupt bewegt. Dieses Defizit wird nun beseitigt.

Die Hauptursache einer Bewegung ist die  $\rightarrow$  Kraft.

Definition Kraft ist Ursache von:  
- Deformation von Materie  
- Änderung von Bewegungszustand

Kraft ist eine gerichtete Größe (Vektor)

1. *Newton'sches Axiom* Ein Körper ändert seinen Bewegungszustand niemals von alleine sondern nur unter dem Einfluß einer Kraft.

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{const.} \quad (3.1)$$

Suche Zusammenhang zwischen  $\dot{\vec{v}} = \vec{a}$  und Kraft  $\vec{F}$ .

Hierzu führten wir einen Demoversuch durch. Auf einer Luftkissenbahn beschleunigten wir einen Wagen durch konstante Zugkraft mit einer Masse  $m$ . Dies führte zu einer Beschleunigung:

$\Delta s = 5m$  und  $\Delta t = 3,25s$  Nach folgender Formel:

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2}at^2 \\ \Rightarrow a &= \frac{2st^2}{t^2} \\ &= \frac{10m}{3,25^2s^2} = 0,35 \frac{m}{s^2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Der gleiche Versuch mit der doppelten Masse ( $\Delta t = 4,81s$ ):

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{10}{4,81^2} \frac{m}{s^2} = 0,43 \frac{m}{s^2} \quad (3.3)$$

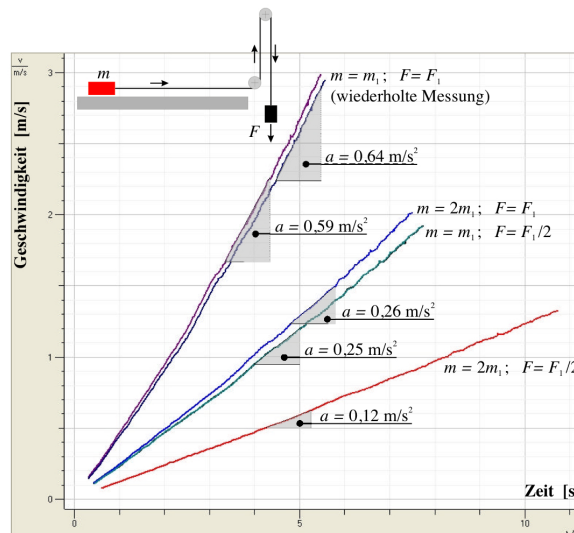
Der nun folgende Versuch wurde durchgeführt mit der einfachen Masse allerdings mit der halben Kraft.  $\Delta s = 5m$  und  $\Delta t = 4,62s$  Dann ist offenbar die Beschleunigung halbiert.

$$a \propto \frac{1}{m} \quad (3.4)$$

$$a \propto F \Rightarrow a \propto \frac{F}{m} \quad (3.5)$$

$$\Rightarrow F \propto m \cdot a \quad (3.6)$$

Gleichung 3.3 ist falsch da wir die Beschleunigung bereits im beschleunigten Zustand bestimmt haben innerhalb der nächsten Formel wird dieser Fehler behoben.



$$a \propto \frac{F}{m} \Rightarrow F \propto m \cdot a \quad (3.7)$$

Wir setzen die Proportionalitätskonstante =1 da wir die Kraft noch nicht näher definiert haben. Das 2. Newtonsche Axiom definieren wir wie folgt:

$$F = m \cdot a \quad (3.8)$$

Die Einheit der Masse ist das Urkilogramm. Daraus resultiert die Einheit der Kraft:

$$1 \frac{kg \cdot m}{s^2} = 1 \text{Newton (N)}$$

$$[F]=[m] \cdot [a]=\text{kg} \cdot \frac{m}{s^2} \quad (3.9)$$

Das *dritte Newtonsche Axiom* besagt action=reactio  
Ausübung von Kräften auf 2 Körper

$$\begin{aligned} |\vec{F}_1| &= |-\vec{F}_2| \\ m_1 \cdot a_1 &= m_2 \cdot a_2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

## 3.2 Die Newtonschen Axiome - Übersicht

indexNewtonsche Axiome

### 3.2.1 Trägheitsprinzip - Lex 1

Ein Körper bleibt in Ruhe oder bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit weiter, wenn keine Kraft auf ihn einwirkt.

$$\vec{F}_{ges} = \sum \vec{F}_i = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = const \quad (3.11)$$

### 3.2.2 Aktionsprinzip - Lex 2

Die auf einen Körper wirkende Gesamtkraft ist gleich dem Produkt der Masse und der Beschleunigung des Körpers.

$$\vec{F}_{ges} = m \cdot \vec{a} \quad (3.12)$$

### 3.2.3 Reaktionsprinzip - Lex 3

Wenn zwei Körper miteinander wechselwirken, dann haben die gleichen Kräfte, welche die Körper aufeinander ausüben denselben Betrag und die entgegengesetzte Richtung.

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \quad (3.13)$$

## 3.3 Gravitationskraft

Körper fallen unabhängig von Ihrer Masse mit gleicher Geschwindigkeit herunter. Was ist die Kraft, die dafür sorgt?

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}_e \text{ Erdbeschleunigung} = g_e \quad (3.14)$$

Massen ziehen sich gegenseitig an.

$$|\vec{F}_G| = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (3.15)$$

Anmerkung: r= Abstand der beiden Massen;  
 $\gamma$ =Gravitationskonstante  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$

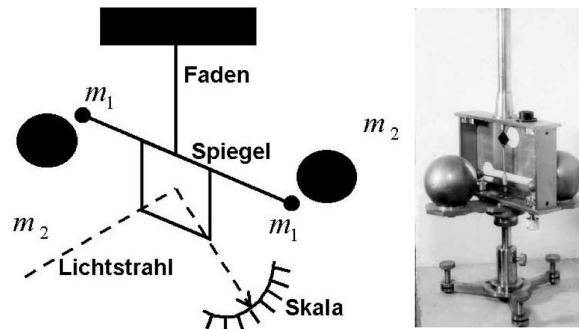


Abbildung 3.1: Gravitationswaage nach Cavendish

### 3.4 Scheinkräfte(Trägheitskräfte)

Tritt nur in beschleunigten Bezugssystemem auf nicht in Inertialsystemen(Bewegung geradlinig und unbeschleunigt). Trägheitskraft wirkt der beschleunigenden Kraft entgegen.

#### 3.4.1 Zentrifugalkraft

Kreisbewegung führt zu einer Zentripetalbeschleunigung  $\vec{a}_r = \vec{\omega} \times \vec{r}$ . Die Zentripetalkraft bzw. Radialkraft wirkt auf einen Massepunkt fixiert auf eine sich drehende Kreisscheibe:

$$\vec{F}_r = m \cdot \vec{a}_r \quad (3.16)$$

Die Zentripetalkraft gibt es tatsächlich, die Zentrifugalkraft hingegen gibt es nicht. Dies ist eine reine Scheinkraft. Die real vorhandene Kraft ist nur die Radialkraft und die Zentrifugalkraft verschwindet sofort, wenn die Radialkraft verschwindet.

### 3.4.2 Corioliskraft

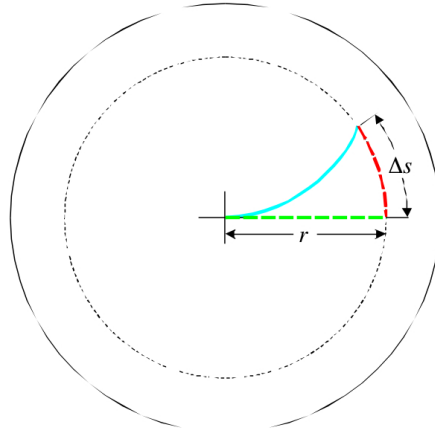


Abbildung 3.2: Darstellung der Corioliskraft

Die Radialgeschwindigkeit definiert sich nach:

$$v_r = \frac{r}{t} \Rightarrow r = v_r \cdot t \quad (3.17)$$

Die Umlaufgeschwindigkeit definiert sich nach:

$$\begin{aligned} v_\omega = r \cdot \omega &\Rightarrow \Delta s = -v_\omega \cdot t = -r \cdot \omega \cdot t \\ &\Rightarrow \Delta s = -v_r \cdot \omega \cdot t^2 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Die gedachte Bewegung entlang des Kreisbogens  $\Delta s$  in der Zeit  $t$  für den Weg vom Zentrum bis zum gestrichelten Kreis wird scheinbar durch eine tangentiale Kraft hervorgerufen, die formal mit einer tangential gerichteten Beschleunigung zusammenhängt.

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot a_c \cdot t^2 \equiv -v_r \cdot \omega \cdot t^2 \quad (3.19)$$

### 3.4.3 Formeln zu Coriolis

Coriolis-Beschleunigung:  $a_c \equiv -2 \cdot v_r \cdot \omega$

Coriolis-Kraft:  $F_c = m \cdot a_c = -2 \cdot m \cdot v_r \cdot \omega$

### Erde als rotierendes Bezugssystem

ruhende Masse:

$$F_Z = m\omega^2 r = m\omega^2 R \cdot \cos\varphi \quad (3.20)$$



Der Radialanteil ist nach:

$$F_{ZR} = F_Z \cdot \cos\varphi = m\omega^2 R \cdot \cos^2\varphi \quad (3.21)$$

Am Äquator gilt dann:

$$F_{ZR} = m \underbrace{\omega^2 R}_{0,034\text{m/s}^2} = m \cdot a_N \quad (3.22)$$

Der tatsächliche Wert ist allerdings  $0,051\text{m/s}^2$ .

Bewegte Massen  $\rightarrow$  Coriolis-Kraft

### 3.5 Reibungskräfte

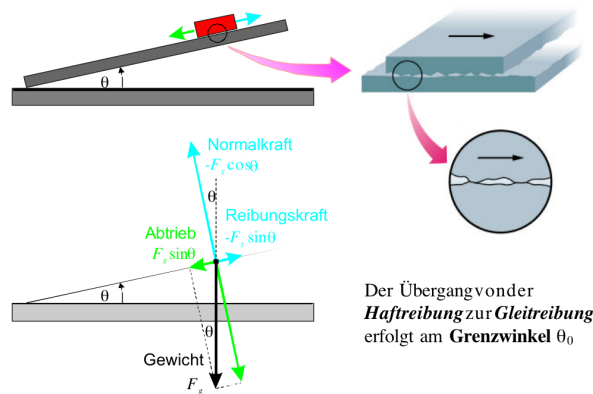


Abbildung 3.3: Reibung

$\alpha$  wird solange vergrößern, bis Körper ins Gleiten kommt  $\rightarrow$  Dies ist dann der Grenzwinkel  $\alpha_0$ .

Der Haftreibungskoeffizient ist größer als der Gleitreibungskoeffizient

$$f_0 = \frac{\text{Abtriebskraft}}{\text{Normalkraft}} = \frac{\sin \rho_0}{\cos \rho_0} = \tan \rho_0 \quad (3.23)$$

$$f_z = \frac{|\vec{F}_Z|}{|\vec{F}_N|} \text{ an der Gleitschwelle} \quad (3.24)$$

wobei:

$$|\vec{F}_Z| = F_G \sin \alpha \quad |\vec{F}_N| = F_G \cdot \cos \alpha \quad (3.25)$$

$$f_G = \frac{F_A \cdot \sin \alpha_0}{F_a \cdot \cos \alpha_0} = \tan \alpha_0 \quad (3.26)$$

Gleitreibungskoeffizient  $\leq$  Haftreibungskraft

### 3.5.1 Viskose Reibung-Stokes'sche Reibung

$$F_R = 6\pi\eta r \cdot v \quad (3.27)$$

$\eta$ = Zähigkeit der Flüssigkeit;  $r$ = Radius der sinkenden Kugel;  
 $v$ =Geschwindigkeit der sinkenden Kugel

⇒ Reibungskraft kann Geschwindigkeit bis zu einer bestimmten Geschwindigkeit kompensieren

⇒ Körper wird kräftefrei

⇒ Sinkgeschwindigkeit ändert sich nicht mehr ⇒  $v = \text{const.}$

Beispiel: Fallschirmspringer im freien Fall:

$$\rightarrow v \simeq 55 - 60 \frac{m}{s} \geq 200 \frac{km}{h} \quad (3.28)$$

Sinkgeschwindigkeit mit geöffnetem Fallschirm ist typischerweise  $20 \frac{km}{h}$   
 Luftwiderstand von Fahrzeugen bei:

- $v$  relativ niedrig:  $F_{Luft} \propto v$
- $v$  relativ hoch:  $F_{Luft} = -\frac{1}{2}c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$   
 wobei:  $c_w = C_W$ -Wert;  $\rho$  Zähigkeit der Luft;  $A$ = Querschnittsfläche des Autos

### 3.6 Arbeit und Leistung

Definiere: Arbeit  $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$

$$W = \sum \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{s}_2 \longrightarrow W = \underbrace{\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s}}_{\text{Kurvenintegral}}$$

Dimension:  $[w] = [\text{Kraft}] \cdot [\text{Weg}] = 1 \text{Nm} = 1 \frac{kg \cdot s^2}{s^2} = 1 \text{J}$

Beispiel: (Hubarbeit)

$$\vec{F} = \vec{F}_G = -m \cdot g \quad (3.29)$$

$$W_H = \int_1^2 \vec{F}_2 \cdot d\vec{s} = m \cdot g \int_1^2 d\vec{s} = m \cdot g \underbrace{(x_2 - x_1)}_{\Delta h} \quad (3.30)$$

$$W_a = m \cdot g \cdot \Delta h \quad (3.31)$$

### 3.7 Mechanische Arbeit

Arbeit:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad (3.32)$$

Leistung:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \rightarrow \text{momentane Leistung} : P = \lim \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \quad (3.33)$$

Einheit der Leistung:  $[P] = \frac{[W]}{[t]} = 1 \frac{J}{s} = 1W$  (Watt) Ein Mensch zum Beispiel kann eine Dauerleistung von 100 Watt erreichen. Die Spitzenleistung kann durchaus 1000 Watt erreichen. Energie:

Ist die Fähigkeit Arbeit leisten zu können. (gespeicherte Arbeit) Wenn ich zum Beispiel Hubarbeit geleistet habe dann:

Hubarbeit  $\rightarrow$  potentielle Energie  
Federspannarbeit  $\rightarrow$  potentielle Energie  
Bewegungsarbeit  $\rightarrow$  kinetische Energie

### 3.8 Präzisierung der potentiellen Energie

Potentielle Energie ergibt sich nach

$$\begin{aligned} W_{x1} &= W_{x2} = 0 \\ W &= (h_1 + h_2 + h_3) \cdot mg \\ W &= mg\Delta h = E_{pot} \end{aligned} \quad (3.34)$$

potentielle Energie ist nur abhängig vom Höhenunterschied und nicht vom Weg!!

### 3.9 Kraftfelder(Gravitationskraft)

Überall auf der Erde ist die Erdanziehungskraft in Richtung des Erdmittelpunktes gerichtet.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} \quad (3.35)$$

Man kann sich nur auf Kreisbahnen um die Erde bewegen ohne Energie aufzunehmen. Dies sind Schalen der konstanten potentiellen Energie  $\rightarrow$  das sind "Äquipotentialflächen".

Konservative Kräfte sind Kräfte bei denen die Arbeit entlang einer geschlossenen Fläche gleich null ist.

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (3.36)$$

Abgeschlossenes System:

Ist ein System bei dem keine Energiezufuhr oder Abfuhr von außen erfolgen kann.

### 3.10 Abgeschlossene Systeme mit konservativen Kräften(mechanische)

$$E_{pot} + E_{kin} = const. \quad (3.37)$$

#### 3.10.1 Energieerhaltung(Erfahrungssatz)

$$E_{pot} + E_{kin} = 0 \quad (3.38)$$

Erläuterung:

freier Fall: Frage: Wie groß ist v?

$$\begin{aligned} v(t) &= g \cdot t \\ h(t) &= 1/2gt^2 \rightarrow Z = \sqrt{\frac{sh}{g}} \\ v &= g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh} \\ v(h) &= \sqrt{2gh} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Aus dem Energiesatz folgt:  $\Delta W$  Anfang  $E_{pot}=mgh$  |  $E_{kin} = 0$

$\Delta W$  Ende  $E_{pot} = 0$  |  $E_{kin} = 1/2mv^2$

Anfangsenergie = Endenergie

$$\begin{aligned} mgh &= 1/2mv^2 \\ \Rightarrow v &= \sqrt{2gh} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Dieser Abschnitt g Demoversuch: Todesspirale

$E_{pot}=mgh$  und sobald die Kugel den Kreisel erreicht besitzen wir eine  $E_{kin}=1/2 mv^2$ . Damit die kugel aber im Looping nicht herunterfällt benötigen wir noch eine Kraft nach außen. die sich nach  $F_z = m \cdot g$  berechnet. Die Gesamtenergie die wir benötigen wäre also:

$$E_{ges} \stackrel{!}{=} E_{pot} + E_{kin} = mg2r + 1/2mgr = \frac{5}{2}mgr \quad (3.41)$$

### 3.11 Impulserhaltungssatz

Um den Begriff Impuls einzuführen schauen wir uns nochmal das 2. newtonsche Axiom an:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \underbrace{(m\vec{v})}_{\text{Impuls}} \quad (3.42)$$

Definition: Impuls =  $\vec{p} = m\vec{v}$  - Bewegungsgröße

### 3.11.1 kurzzeitig wirkende Kräfte (keine genau bekannte Zeitabhängigkeit)

Nach einer Kraft-Einwirkung haben wir eine feste Geschwindigkeit  $\vec{v}$ ; festen Impuls  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$$F = \frac{dp}{dt} \Rightarrow dp = F dt \quad (3.43)$$

Die Gesamte Impulsänderung erhalte ich nach:

$$p = \int F dt \text{ (genauer ist: } p_2 - p_1 = \int_1^2 F dt) \quad (3.44)$$

$\Delta p = (p_2 - p_1) = \int F dt$  nennt man den Kraftstoß  $\rightarrow$  Impulsänderung.

Beispiel: Kopfstoß

$$\Delta p = 2 \cdot m \cdot v_0 = \vec{F} \cdot \Delta t \Rightarrow \vec{F} = \frac{2mv_0}{\Delta t}$$

mit Zahlenwerten ergibt sich:

$$m = 0,7 \text{ kg} \quad v_0 = 10 \text{ m/s} \quad \Delta t = 0,1 \text{ s} \\ \Rightarrow \vec{F} = 140 \text{ N}$$

Auch dem Newtonschen Reaktionsgesetz  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$  folgt:

$$m_1 \cdot \frac{d\vec{v}_1}{dt} = m_2 \cdot \frac{d\vec{v}_2}{dt} \\ \Rightarrow m_1(v_{21} - v_{11}) = -m_2 \cdot (v_{22} - v_{12}) \\ \Leftrightarrow p_1 + p_2 = 0 \quad (3.45)$$

Ohne die Einwirkung äußerer Kräfte bleibt der Gesamtimpuls (Summe aller Einzelimpulse der wechselwirkenden Teilchen) erhalten.

### 3.11.2 Raketen-Antrieb

Die Masse der Rakete ist nicht konstant, denn der Treibstoff verbrennt schließlich und dadurch wird die Rakete leichter. Anfangsbedingung ( $t=0$ ): haben wir eine Nutzlast (Masse der Rakete ohne Treibstoff)  $M_0$ ; außerdem haben wir die Masse des Treibstoffs:  $M_T$ . Wir haben einen Massenausstoß von:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -k \quad (3.46)$$

Die Masse der Rakete (mit Treibstoff-Füllung):

$$m(t \geq t_0) = M_0 + M_T - k \cdot t \quad (3.47)$$

Also ist der Massenverlust

$$\Delta m = -k \cdot t \quad (3.48)$$

Die Gasausstoßgeschwindigkeit wird im Raketensystem mit  $v'_g = \text{const}$  gemessen. Im Erd-System  $v_g = v'_g - v$

Nun betrachten wir das System bestehend aus Rakete mit noch vorhandenem Treibstoff. Gefragt ist nach dem Impuls:

$$p(t) = m(t) \cdot v(t) \quad (3.49)$$

Impuls ein kleines Zeitintervall später:

$$p(t + \Delta t) = \underbrace{(m + \Delta m) \cdot (v + \Delta v)}_{\text{Rakete}} + \underbrace{(-\Delta m \cdot v_g)}_{\text{Impuls durch Gas}} \quad (3.50)$$

$$= m \cdot v + \Delta m \cdot v + m \Delta v + \Delta m \Delta v + \Delta m \cdot v_g \quad (3.51)$$

$$= mv \quad (3.52)$$

$$\Rightarrow m \cdot \Delta v + \Delta m \underbrace{(v + v_g)}_{v'_g} = 0 \quad (3.53)$$

$$m \cdot \Delta v = -\Delta m \cdot v'_g \quad (3.54)$$

$$m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v'_g \quad (3.55)$$

$$\Rightarrow m \cdot \frac{dv}{dt} = +k \cdot v'_g \quad (3.56)$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{k \cdot v'_g}{m} = \frac{k \cdot v'_g}{M_0 + M_T - kt} \quad (3.57)$$

Die Integration über t ( $v_0(t=0)=0$ ):

$$v(t) = v'_g \ln \frac{M_0 + M_T}{M_0 + M_T - kt} \quad (3.58)$$

Dies ist die Raketenformel für Horizontalbewegung ohne Gravitation. Die Maximal mögliche Beschleunigung ergibt sich nach:

$$M_T = kt(\text{Treibstoff verbraucht})$$

$$\Rightarrow v_{max} = v'_g \ln \frac{M_0 + M_T}{M_0} = v'_g \ln \left( 1 + \frac{M_T}{M_0} \right)$$

$v_{max}$  ist dann möglichst groß, wenn  $\frac{M_T}{M_0}$  möglichst groß ist. Zu beachten ist aber, dass dies ein logarithmischer Zusammenhang ist: Die Erhöhung des

$\frac{M_T}{M_0}$	$\ln 1 + M_T/M_0$
1	0,69
10	2,40
100	4,62

Treibstoffanteils an dem Startgewicht bringt nicht allzu viel.

### 3.11.3 Übersicht Rakete - Formeln

Raketenmasse vor dem Start:

$$m_0 = \underbrace{M_0 + M_T}_{\text{Raketenmasse} + \text{Treibstoffmasse}} \quad (3.59)$$

Raketenmasse nach dem Start:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t \quad (3.60)$$

$$k = dm/dt = \text{const} = \text{ausgestossene Masse pro Zeit} \quad (3.61)$$

Brennstoff-ausstoßgeschwindigkeit:

$$\begin{aligned} \text{relativ zur Düse:} & \quad v_{BD} = \text{const} \\ \text{relativ zum festen Standort:} & \quad v_B = v_{BD} - v_R \end{aligned}$$

#### Impulsänderung in einem kurzen Zeitintervall

Rakete:

$$\Delta p_R = \Delta m \cdot v_R + m(t) \cdot \Delta v_R \quad (3.62)$$

mit  $\Delta m$  = Massenabnahme und  $\Delta v_R$  = Geschwindigkeitszunahme  
ausgestoßener Brennstoff:

$$\Delta p_B = -v_B \cdot \Delta m = -(v_{BD} - v_R) \cdot \Delta m \quad (3.63)$$

#### Erhaltung des Gesamt-Impulses

$$\begin{aligned} \Delta p_R + \Delta p_B &= [-\Delta m \cdot v_R + m(t) \cdot \Delta v_R] + [-(v_{BD} - v_R) \cdot \Delta m] = 0 \\ \Rightarrow m(t) \cdot \Delta v_R - v_{BD} \cdot \Delta m &= 0 \Rightarrow m(t) \cdot \frac{\Delta v_R}{\Delta t} = v_{BD} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \\ \Rightarrow \frac{dv}{dt} &= v_{BD} \cdot \frac{k}{m(t)} = v_{BD} \cdot \frac{k}{m_0 - k \cdot t} \\ \Rightarrow v(t) &= v_{BD} \cdot \int \frac{k}{m_0 - k \cdot t} dt = -v_{BD} \cdot \ln(m_0 - k \cdot t) + C \end{aligned}$$

konstanter Brennstoffverbrauch pro Zeit  $k$

Integrationskonstante aus Anfangsbedingung  $v(t=0) = 0$ :  
 $0 = -v_{BD} \cdot \ln m_0 + C$   
 $\Rightarrow C = +v_{BD} \cdot \ln m_0$

$$\Rightarrow v(t) = v_{BD} \cdot [\ln m_0 - \ln(m_0 - k \cdot t)] = v_{BD} \cdot \ln \frac{m_0}{m_0 - k \cdot t}$$

### 3.12 Stöße in abgeschlossenen Systemen

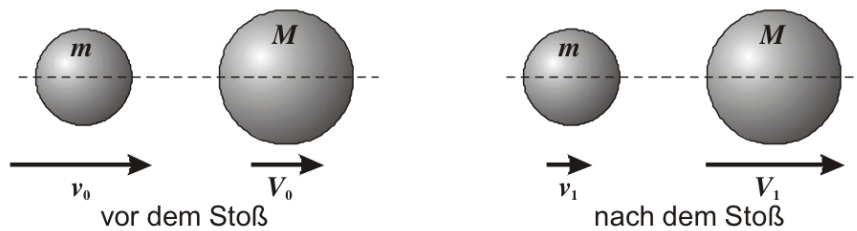
- Wir unterscheiden zwischen elastischen Stößen (nur mit konservativen Kräften). Die Energie bleibt als mechanische Energie erhalten (Wärmeverluste) und
- zwischen inelastischen Stößen. auftreten bei nicht konservativen Kräften (ein Teil der mechanischen Energie wird in Wärme umgesetzt)

Im ersten Fall gilt der Energiesatz im zweiten Fall allerdings nicht. Für beide Arten hingegen gilt der Impulserhaltungssatz

#### 3.12.1 Stoßgesetz in abschl. Systemen

##### zentrale elastische Stöße

Zentral bedeutet in diesem Fall, dass die Stoßrichtung auf der Verbindungslinie der Körpermittelpunkte verläuft und elastisch drückt aus, dass die Bewegungsenergie erhalten bleibt (keine bleibende Deformation).



**Impulserhaltung:**  $m \cdot v_0 + M \cdot V_0 = m \cdot v_1 + M \cdot V_1 \Rightarrow m(v_0 - v_1) = M(V_1 - V_0)$

**Energieerhaltung:**  $\frac{m \cdot v_0^2}{2} + \frac{M \cdot V_0^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{M \cdot V_1^2}{2} \Rightarrow m(v_0^2 - v_1^2) = M(V_1^2 - V_0^2)$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} m(v_0 - v_1) \cdot (v_0 + v_1) = M(V_1 - V_0) \cdot (V_1 + V_0) \\ \parallel \\ M(V_1 - V_0) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (v_0 + v_1) = (V_0 + V_1) \\ (v_0 - v_1) = \frac{M}{m}(V_1 - V_0) \end{array} \right\} (+)$$

$$\hline 2 \cdot v_0 = \left(1 - \frac{M}{m}\right) \cdot V_0 + \left(1 + \frac{M}{m}\right) \cdot V_1$$

$\Rightarrow V_1 = \frac{2 \cdot m}{M + m} \cdot v_0 + \frac{M - m}{M + m} \cdot V_0$  und analog  $v_1 = \frac{2 \cdot M}{M + m} \cdot V_0 - \frac{M - m}{M + m} \cdot v_0$

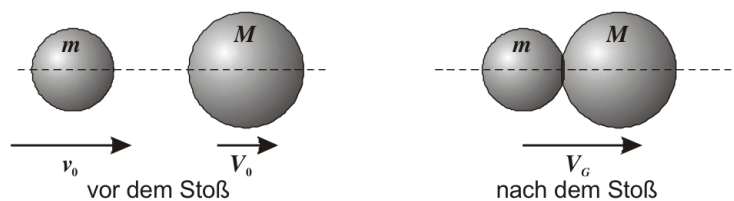


### zentrale inelastische Stöße

Inelastisch bedeutet in diesem Fall, dass die Energie der Bewegungsenergie nicht erhalten bleibt aber die Impulserhaltung gilt:

$$m \cdot v_0 + M \cdot V_0 = (M + m) \cdot V_G \quad (3.64)$$

$$\Rightarrow V_G = \frac{m \cdot v_0 + M \cdot V_0}{M + m} \quad (3.65)$$

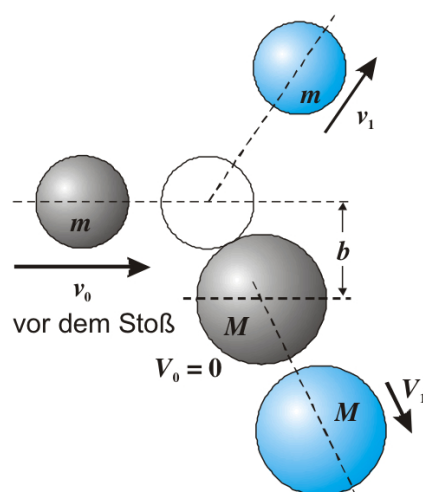


### Schiefe elastische Stöße

Hier ergibt sich für die Impulserhaltung ein System aus 2 Gleichungen, da sowohl für die horizontale x- wie auch für die vertikale y-Komponente die Gesetze der Impulserhaltung gelten:

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{M \cdot V_1^2}{2} \quad (3.66)$$

Hinzu kommen noch Zusatzinformationen wie z.B. Stoßparameter(b)



### 3.13 Mechanische Schwingung

Betrachte abgeschlossenes System mit konservativen Kräften. → Energie - Erhaltung:

$$E_{Ges} = E_{pot} + E_{kin} = const. \quad (3.67)$$

Wir lenken eine Feder aus der Gleichgewichtslage aus.  $E_{kin} = 0$ ;  $F = -D \cdot x$  (Federkraft-Gesetz) (Hooksches Kraftgesetz)

$$E_{pot} = 1/2 D x_0^2 - E_{ges}$$

$e_{pot}(Hub) = 0$  vor dem Loslassen nach dem loslassen wird die Gesamtenergie aufgeteilt in  $E_{ges} = E_{kin} + E_{pot}$

$$\text{Spannarbeit: } E_{pot} = 1/2 D x_0^2 = E_{ges}$$

#### Beschreibung dieser Bewegung

Kraftgesetz:  $F = ma = m \cdot \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} = m\ddot{x} = -D \cdot x$  Bewegungsgleichung  $\ddot{x} + \frac{D}{m}x = 0$  Bewegungsgleichung  $x$  ist Funktion  $t$ .  $x=f(t)$  Differentialgleichung Ansatz:

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.68)$$

$$\dot{x}(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi) \cdot \omega \quad (3.69)$$

$$\ddot{x} = -x_0 \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 + \frac{D}{m} \quad (3.70)$$

### 3.14 Harmonische Schwingung

#### 3.14.1 horizontales Federpendel

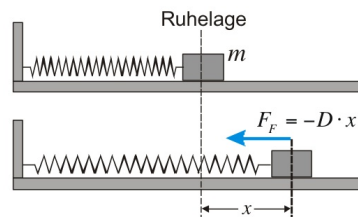


Abbildung 3.4: Horizontales Federpendel

Aus dem zweiten Newton'schen Axiom

$$F = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot \ddot{x}$$

folgt die Bewegungsgleichung

$$\ddot{x} + \frac{D}{m} \cdot x = 0 \quad (3.71)$$

**Lösungsansatz für die  
Bewegungsgleichung**

$$\begin{aligned}x(t) &= x_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \\ \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \dot{x} &= \omega \cdot x_{max} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \\ \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} &= -\omega^2 \cdot x_{max} \sin(\omega t + \varphi_0)\end{aligned}\tag{3.72}$$

Setzen wir diesen Ansatz in die Bewegungsgleichung ein, so ergibt sich:

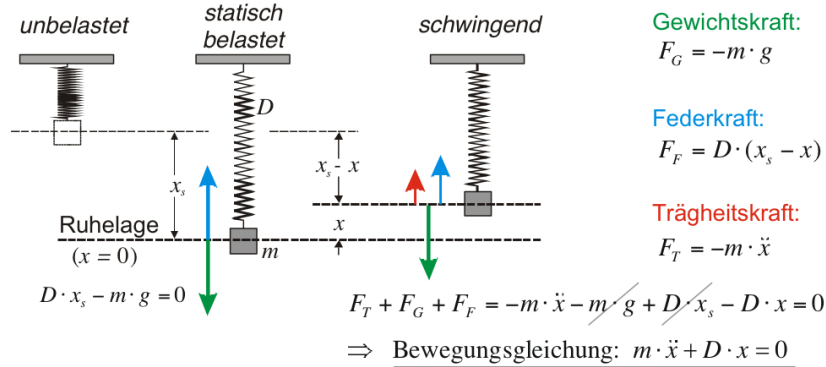
$$-\omega^2 \cdot x_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) + \frac{D}{m} \cdot x_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) = 0\tag{3.73}$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{D}{m}\tag{3.74}$$

Somit steht fest, dass der Lösungsansatz die Bewegungsgleichung erfüllt, wenn  $\omega = \sqrt{D/m}$  ist. Die Konstante  $x_{max}$  ist die Maximalauslenkung aus der Ruhelage und die Konstante  $\varphi_0$  folgt aus der Anfangsbedingung:

$$x(t = 0) = x_{max} \cdot \sin \varphi\tag{3.75}$$

### 3.14.2 senkrecht lineares Federpendel



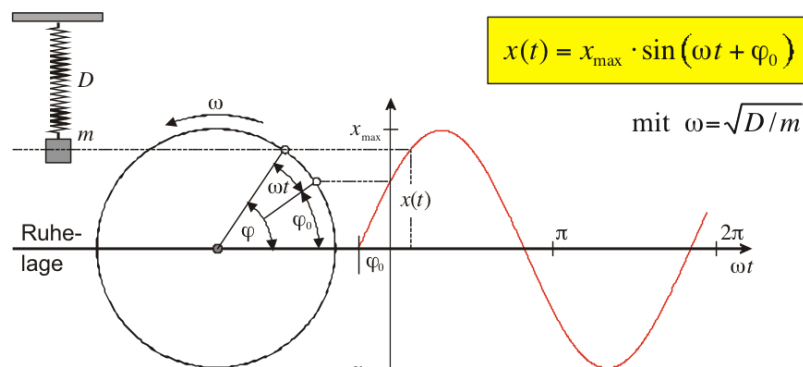
Die potentielle Energie im unteren Totpunkt ergibt:

$$E_{pot} = E_F + E_G = \frac{D}{2}(x_s + x_{max})^2 - m \cdot g \cdot x_{max} = \frac{D}{2}x_s^2 + \frac{D}{2}x_{max}^2 + (D \cdot x_s - m \cdot g) \cdot x_{max} \quad (3.76)$$

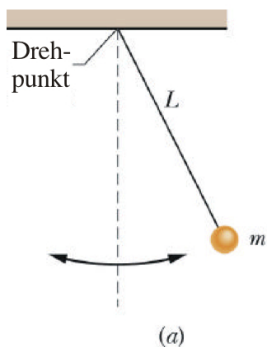
Die Energie im oberen Totpunkt ergibt sich aus:

$$E_{pot} = E_F + E_G = \frac{D}{2}(x_s - x_{max})^2 - m \cdot g \cdot x_{max} = \frac{D}{2}x_s^2 + \frac{D}{2}x_{max}^2 + (-D \cdot x_s + m \cdot g) \cdot x_{max} \quad (3.77)$$

Und somit ergibt sich:



### 3.14.3 mathematisches Fadenpendel



Bewegung der Masse entlang Kreisbogen

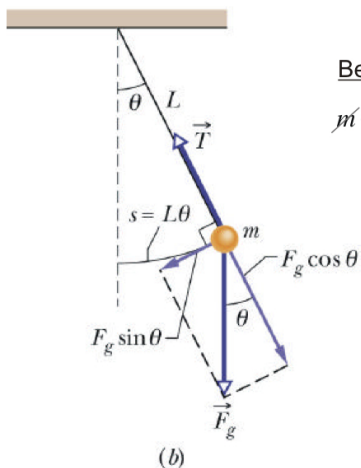
Ortsvariable: Bogenlänge  $s(t) = L \cdot \theta(t)$

rücktreibende Kraft nach einer Auslenkung:

Komponente der Gewichtskraft  
in Richtung der Ortsvariablen:

$$F = -F_g \cdot \sin \theta = -m \cdot g \cdot \sin \theta \approx -m \cdot g \cdot \theta$$

für kleine Auslenkwinkel



Bewegungsgleichung:

$$m \cdot \ddot{s} = -m \cdot g \cdot \theta$$

$$\theta = \frac{s}{L} \Rightarrow \ddot{s} + \frac{g}{L} \cdot s = 0$$

$$\ddot{s} = L \cdot \ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{L} \cdot \theta = 0$$

gleiche Form wie beim Federpendel



$$s(t) = s_{\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\theta(t) = \theta_{\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

mit  $\omega = \sqrt{g/L}$

und  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{L/g}$

## 3.15 Starre Körper

### 3.15.1 Drehbewegung starrer Körper

Bei einem starren Körper führt eine angreifende Kraft nur dann zu einer Drehung, wenn die Wirklinie der Kraft nicht durch die Drehachse verläuft.

### 3.15.2 Analogie

zwischen Linearbewegung(Massenpunkt) und Drehbewegung

Tabelle 3.1: default

lin. Bewegung	Drehbewegung
Ort $\vec{r}$	Winkel $\vec{\varphi}$
Geschwindigkeit $\vec{v} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Kraft $\vec{F}$	Drehmoment $\vec{M}$
Arbeit $dW = \vec{F} \cdot d\vec{v}$	Arbeit $dW = \vec{M} \cdot d\vec{\varphi}$
Lesitung:	Leistung:
Bewegungsgleichung: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ (Impuls)	Bewegungsgleichung $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ $\vec{L} = \vec{v} \times \vec{p}$ (Drehimpuls)

#### 1. Newtonsche Axiom

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} \Leftrightarrow \vec{M} = \dot{\vec{L}} \quad (3.78)$$

#### 2. newtonsche Axiom

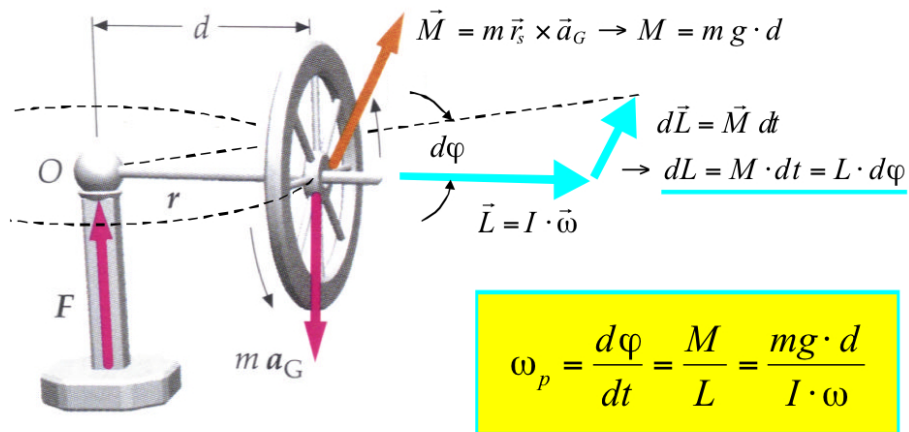
$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ Träge Masse} \quad (3.79)$$

$$\vec{M} = \vec{r} \frac{d\vec{\omega}}{dt} \text{ Trägheitsmoment} \quad (3.80)$$

$$\vec{M} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I \cdot \vec{\omega}) \quad (3.81)$$

$$\Rightarrow \vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad (3.82)$$

Trägheitsmoment übernimmt die Rolle der trägen Masse. Allerdings hängt jenes von der Massenverteilung relativ zur Drehachse ab.



Winkelgeschwindigkeit der Präzession

Translation (feste Richtung)		Rotation(feste Achse)	
Ort	$\vec{r}$	Winkelposition	$\vec{\sigma}$
Geschwindigkeit	$\vec{v} = d\vec{r}/dt$	Winkelgeschwindigkeit	$\vec{\omega} = d\vec{\sigma}/dt$
Beschleunigung	$\vec{a} = d\vec{v}/dt$	Winkelbeschleunigung	$\vec{\alpha} = d\vec{\omega}/dt$
(träge) Masse	m	Trägheitsmoment	$I = \int r^2 dm$
Kraft	$\vec{F}$	Drehmoment	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
2.Newton Axiom	$\vec{F}_{ges} = m \cdot \vec{a}$ $f_{ges} = d\vec{p}/dt$	2. Newton-Axiom	$\vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}$ $\vec{M} = d\vec{L}/dt$
Arbeit	$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$	Arbeit	$dW = \vec{M} \cdot d\vec{\sigma}$
Kinetische Energie	$E_{Kin} = \frac{1}{2}mv^2$	Kinetische Energie	$E_{Kin} = \frac{1}{2}m\omega^2$
Leistung(F=const)	$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$	Leistung(M=const)	$P = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$
linearer Impuls	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ $\vec{p}_{Ges} = \sum \vec{p}_i$	Drehimpuls	$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ $\vec{L} = \sum \vec{l}_i = I \cdot \vec{\omega}$
Erhaltungssatz	$\vec{p}_{ges} = const$	Erhaltungssatz	$\vec{L} = const$

## 3.16 Gegenüberstellung von Translation und Rotation

## 3.17 Gleichgewichtsbedingung

### 3.17.1 für starre Körper

$$\sum \vec{F}_i = 0 \text{ angreifende Kräfte am Schwerpunkt} \quad (3.83)$$

Wenn wir ein Gleichgewicht haben wollen dann müssen auch die Drehmomente Null ergeben:

$$\sum \vec{M}_i = 0 \quad (3.84)$$

Dies lässt sich durch Kräftepaare realisieren.

$$\vec{M}_1 = \vec{l}_1 \times \vec{F}_1 \Rightarrow M_1 = l_1 \cdot F_1 \quad (3.85)$$

$$\vec{M}_2 = \vec{l}_2 \times \vec{F}_2 \Rightarrow M_2 = l_2 \cdot F_2 \quad (3.86)$$

$$(3.87)$$

wobei  $l_x$  der Hebelarm ist!

### Anwendung von Gleichgewichten

Rollen: (Umlenkung einer Kraft-Wirkung)

$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad (3.88)$$

$$F_{Zwang} = F_{Last} + F_{Zug} \quad (3.89)$$

$$\sum M_i = 0 \quad (3.90)$$

→ Sind beide Hebelarme (Seillängen) gleich so muss gelten:

$$F_{Zug} = F_{Last} \quad (3.91)$$

### Gerader Hebel

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ indifferentes Gleichgewicht} \quad (3.92)$$

### Zeiger Waage

$$M_1 = mgl \cos \alpha + m_g gl \sin \alpha$$

$$M_2 = (m + \Delta m)gl \cos \alpha \quad (3.93)$$

$$M_1 = M_2 \quad (3.94)$$

$$\Rightarrow m_s gl_s \sin \alpha = \Delta m gl \cos \alpha$$
$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \approx \frac{\Delta m}{m_s} \cdot \frac{l}{l_s} \approx \alpha$$

$$\rightarrow \Delta m = \alpha \cdot \frac{l_s \cdot m_s}{l} \quad (3.95)$$



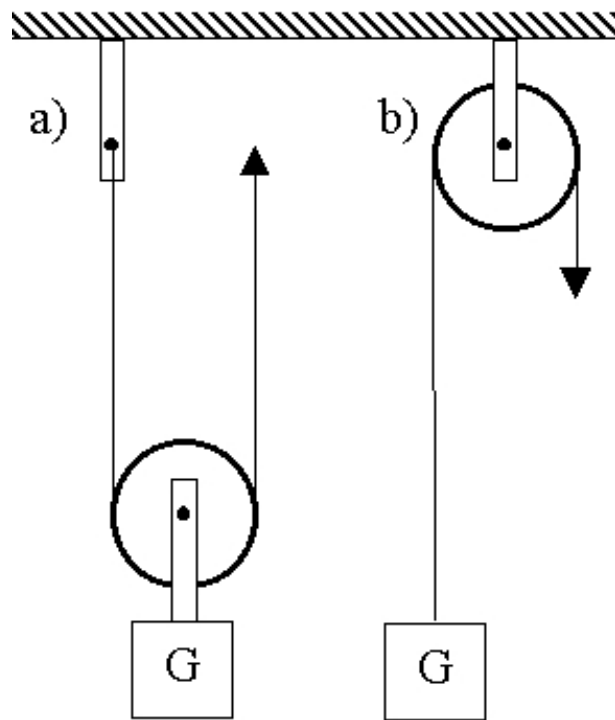


Abbildung 3.5: a) Freie Rolle und b) feste Rolle

Präzision mechanischer Analysewaagen

$$\frac{\alpha}{\Delta m} = \frac{1SKT}{\mu g} \quad (3.96)$$

### 3.17.2 Statik deformierbarer Körper

#### Prinzip der virtuellen Verrückung

Wird verwendet zur Gleichgewichts-Analyse.

## 3.18 Starre deformierbare Körper

elastische |  
plastische | Verformung

Eine auftretende Längenänderung ist proportional zur angehängten Kraft. Dies wird durch das Hooksche Kraftgesetz beschrieben.

Bei verschiedenen Materialien gibt es verschiedene Dehnungen. Anhand eines Spannung-Dehnungsdiagramm lässt sich dieses Veranschaulichen. Also wird

$$\sigma = E \cdot t \text{ gegen } E = \frac{\Delta t}{t_0} \quad (3.97)$$

aufgetragen.

### 3.18.1 Querkontraktion

Die Poissonzahl gibt an wie sich die Durchmesseränderung zur Längenänderung verhält:

$$\mu = \frac{-\Delta d/d_0}{\Delta l/l_0} \quad \frac{\Delta l}{l_0} = \epsilon \Rightarrow \frac{\Delta d}{d_0} = -\mu \cdot \epsilon \quad (3.98)$$

### 3.18.2 Volumenänderung(einachsiger Spannungszustände

$$\begin{aligned} V_i + \Delta V_0 &= \frac{\pi}{4}(d_0 + \Delta d)^2 \cdot (l_0 + \Delta l) \\ &= \frac{\pi}{4}(d_0 - d_0\mu\epsilon)^2 \cdot (l_0 + \epsilon \cdot l_0) \\ &= \frac{\pi}{4} \underbrace{d_0^2 \cdot l_0}_{V_0} (1 - \mu\epsilon)^2 (1 + \mu) \\ &= V_0(1 - 2\mu\epsilon + \mu\epsilon^2)(1 + \epsilon) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \dots = V_0 + V_0(1 - 2\mu) \cdot \epsilon \\
\Rightarrow \frac{\Delta V}{V_0} &= (1 - 2\mu) \cdot \epsilon
\end{aligned}$$

Belastet man einen Körper auf allen 6 Flächen so folgt daraus:

$$\frac{\Delta v}{V_0} = 3 \cdot (1 - 2\mu) \cdot \frac{1}{\epsilon} \cdot \sigma \quad \sigma = \frac{F}{A} = \delta p \quad (3.99)$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -3 \underbrace{\frac{1 - 2\mu}{E}}_{\text{Kompressibilität } \kappa} \Delta p \quad (3.100)$$

Kompressibilität  $\kappa$

$$K = \frac{1}{\kappa} = \frac{E}{3(1 - 2\mu)} \quad (3.101)$$

$\Delta V$  negativ mit zunehmendem  $\Delta\mu$ .

$$1 - 2\mu = 0 \Rightarrow \mu = \frac{1}{2} \text{ gewöhnliche für } \mu=0,2 \dots 0,5 \quad (3.102)$$

### 3.18.3 Biegung

### 3.18.4 Scherung

### 3.18.5 Torsion

Die Torsion kann auf die Scherung zurückgeführt werden.

## Kapitel 4

# Statik von Flüssigkeiten und Gasen

Die Oberfläche von Flüssigkeiten muss durch ein Gefäß bestimmt werden. Die Atome eines Festkörpers sind mehr oder weniger Ortsfest. Bei Flüssigkeiten besteht noch eine interatomare Bindung die Atome sind allerdings frei verschiebbar. Bei Gasen trifft vorheriges jedoch nicht zu. Die Abstände zwischen den einzelnen Atomen bei den verschiedenen Aggregatzuständen sind unterschiedlich groß (Nach der Größe geordnet (Fest - Flüssig - Gas)).

Ist die Flüssigkeit in einem Gefäß so ist der Flüssigkeitsstand, solange wie keine anderen Kräfte wirken, immer horizontal. Tangentialkräfte verschwinden!!! Setzt man den Becher in Rotation, so kann eine Trichterbildung beobachtet werden. Warum?

$$\frac{dz}{dr} = \tan \alpha \quad \tan \alpha = \frac{\Delta m \cdot \omega^2 r}{\Delta m \cdot g} = \frac{\omega^2 r}{g} \quad z = f(x) \quad (4.1)$$

# Kapitel 5

## Spezielle Relativitätstheorie

(Einstein, 1905)

notwendig: Bezugssystem

1.  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  gültig ist!  $\rightarrow$  Inertialsystem
2.  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  gültig ist!

Die spezielle Relativitätstheorie gilt nur für Inertialsysteme

### 5.1 Inertialsysteme und Galilei-Transformation

Ein Inertialsystem ist ein Bezugssystem, in dem das Trägheitsgesetz gilt (d.h. in einem Inertialsystem bewegen sich alle Körper gleichförmig und geradlinig, wenn keine äußeren Kräfte wirken.)

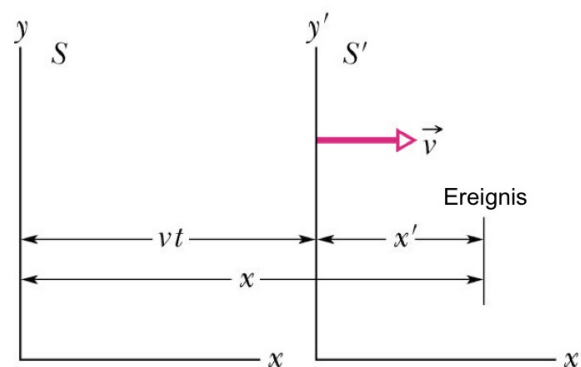


Abbildung 5.1: Galilei-Transformation

### 5.1.1 Galilei-Transformation

Wechsel des Bezugssystems:

$$\begin{aligned}x &= x' + v \cdot t & y &= y' & z &= z' & t &= t' \\x' &= x - vt & y' &= y & z' &= z & t' &= t\end{aligned}\quad (5.1)$$

Geschwindigkeit:

$$v_x = v'_x + v \quad v_y = v'_y \quad v_z = v'_z \quad (5.2)$$

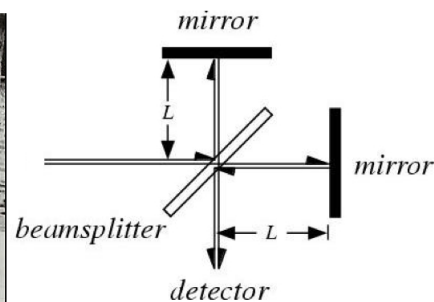
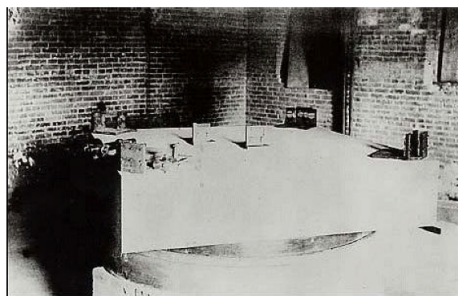
Beschleunigung:

$$a_x = a'_x \quad a_y = a'_y \quad a_z = a'_z \quad (5.3)$$

Konsequenz: Eine in S' eingeschaltete Lampe verbreitet ihr Licht entlang der x'-Achse mit der Geschwindigkeit c'; in S muss dann aber entlang der x-Achse die Geschwindigkeit c=c'+v gemessen werden!

## 5.2 Lorentz-Transformation

Konstanz der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit



Interferometer von *Michelson* und *Morley* (1887) zur Messung der Richtungsabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit

### 5.2.1 Einsteins Postulate (1905)

1. Im Vakuum breitet sich Licht in allen Richtungen und in allen Inertialsystemen mit derselben Geschwindigkeit  $c$  aus.
2. die Gesetze der Physik gelten für alle Beobachter in allen Inertialsystemen gleichermaßen (kein Inertialsystem ist gegenüber einem anderen Inertialsystem bevorzugt)

## 5.2.2 Lorentz-Transformationen

Wechsel des Bezugssystem

$$\begin{aligned}
 x &= \gamma(x' + v \cdot t) & y &= y', z = z' & t &= \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \\
 x' &= \gamma(x - v \cdot t) & y &= y' & z &= z' & t' &= \left(t - \frac{v}{c^2}x\right)
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

$$x = x' + v_0 t' \quad x' = x - v_0 t \tag{5.5}$$

## 5.2.3 weitere Überlegungen

Zulassung unterschiedlicher Zeitabläufe unterschiedlicher Inertialsysteme. Wie kann ich diesen Ansatz verallgemeinern? Verallgemeinerung (Versuch 1)

$x = \gamma(x' + v_0 t')$      $x' = \gamma(x - (v_0 t))$  Das  $\gamma$  soll nur vom Relativsystem abhängen  
wie haben also kein Ausgezeichnetes Bezugssystem

Aus diesem Zusammenhang folgt, dass  $c=c'$  bzw.  $c = \frac{x}{t} = \frac{x'}{t'}$ . Daraus folgt des Weiteren

$$x = ct \text{ und } x = ct' \tag{5.6}$$

Setzen wir nun 5.6 in 5.6 ein, dann ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 ct &= \gamma(c \cdot t' + v \cdot t') & \text{und} & & c \cdot t' &= \gamma(ct - vt) \\
 &= \underbrace{\gamma(c+v)t'}_{\text{multiplizieren}} = \gamma(c-v)t
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

$$c^2 t t' = \gamma^2 \underbrace{(c+v) \cdot (c-v)}_{c^2 - v^2} \quad c^2 = \gamma^2 (c^2 - v^2)$$

$$\Rightarrow \gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2} \quad \text{bzw.} \quad \underbrace{\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - v^2/c^2}}}_{\text{Lorentz-Faktor}}$$

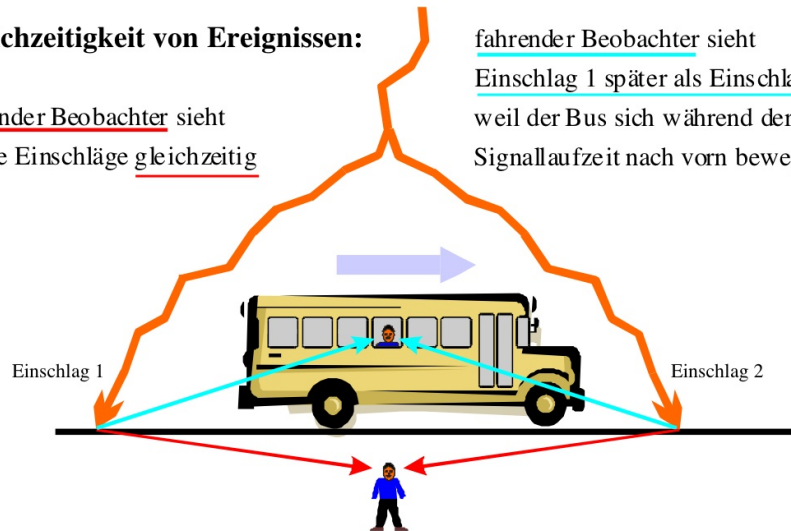
$$x = \gamma(x' + vt') = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{5.8}$$

## 5.3 Relativität der Zeit

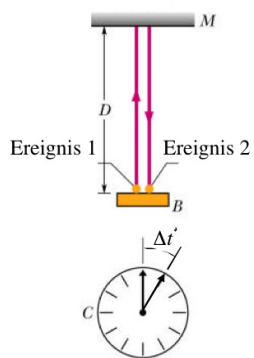
### Gleichzeitigkeit von Ereignissen:

ruhender Beobachter sieht  
beide Einschläge gleichzeitig

fahrender Beobachter sieht  
Einschlag 1 später als Einschlag 2,  
weil der Bus sich während der  
Signallaufzeit nach vorn bewegt

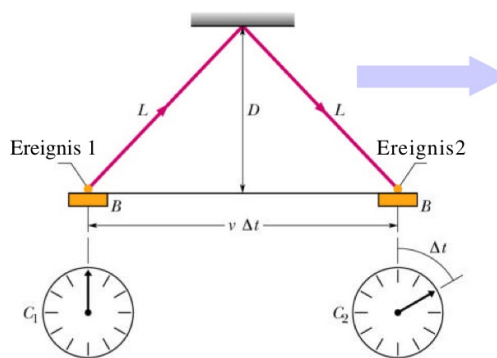


### Laufzeit eines Lichtimpulses im fahrenden Zug:



Messung im  
fahrenden Zug

$$\Delta t' = \frac{2D}{c}$$



Messung auf dem Bahnsteig

$$\Delta t = \frac{2L}{c} = \frac{2}{c} \sqrt{D^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t}{2}\right)^2} > \Delta t'$$

## 5.4 Zeitdilatation

Die Eigenzeit eines Ereignisses erscheint in jedem anderen Inertialsystem verändert. Ein Beispiel ist der Myonen-Zerfall. Myonen sind Elementarteilchen, die in der oberen Erdatmosphäre entstehen. Myonen haben eine



mittlere Lebensdauer von  $2,2\mu s$  (Eigenwert). Die Geschwindigkeit ist fast Lichtgeschwindigkeit ( $v=0,9995\cdot c$ ).

$$s' = c \cdot 2,2\mu s = 3 \cdot 10^8 m/s \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} s = 600m \quad (5.9)$$

Im Laborsystem allerdings ist die Lebensdauer:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \gamma \cdot 2^{-1} = 32 \cdot 2,2\mu s = 70\mu s \\ s &= c \cdot 70\mu s = 19km \end{aligned} \quad (5.10)$$

Bei der Längenkontraktion erscheint die Eigenlänge in jedem anderen Inertialsystem verkürzt.

$$L = \frac{1}{\gamma} \cdot L' \quad (5.11)$$

#### 5.4.1 Myonen-Zerfall

Im Laborsystem 19 Kilometer Eigenlänge zwischen Geburt und Tod eines Myons. Im Bewegten Myonen-System haben wir eine Längenkontraktion unserer Eigenlänge:

$$L = \frac{1}{\gamma} \cdot L' \Rightarrow L\tilde{0}, 6km \quad (5.12)$$

alles weitere auf der WebSite [www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de](http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de)

## 5.5 Relativistischer Impuls, Energie

Der Impulserhaltungssatz aus der klassischen Mechanik gilt nicht nicht!

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \rightarrow \sum \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i = const. \text{ gilt nicht!!!} \quad (5.13)$$

- Wagen steht: Beide Personen werfen Ball gegeneinander
- Wagen bewegt: gleiches Wurfexperiment

Man will, dass die Impulserhaltung weiterhin gilt.

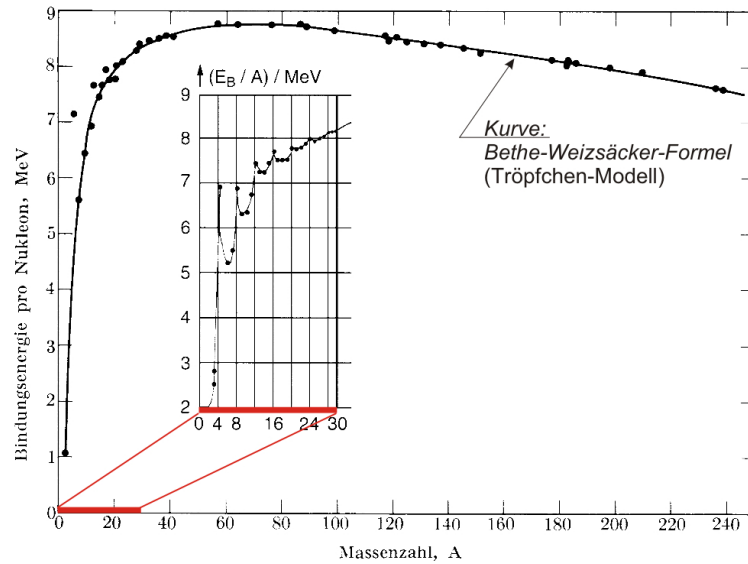
$$p = m \cdot v = m \cdot \frac{dx}{dt} \quad (5.14)$$

Da sich jedoch auf Grund der Zeitdilatation die Geschwindigkeit verringert muß man den Zeitdilatationsfaktor kompensieren, indem die Masse abhängig wird von der Relativgeschwindigkeit.

$$\Rightarrow m = \gamma \cdot \underbrace{m_0}_{\text{Eigenmasse}} \longrightarrow \text{Impulsmasse} \quad (5.15)$$



## 5.6 Bindungsenergie pro Nukleon als Fktn. der Massenzahl A



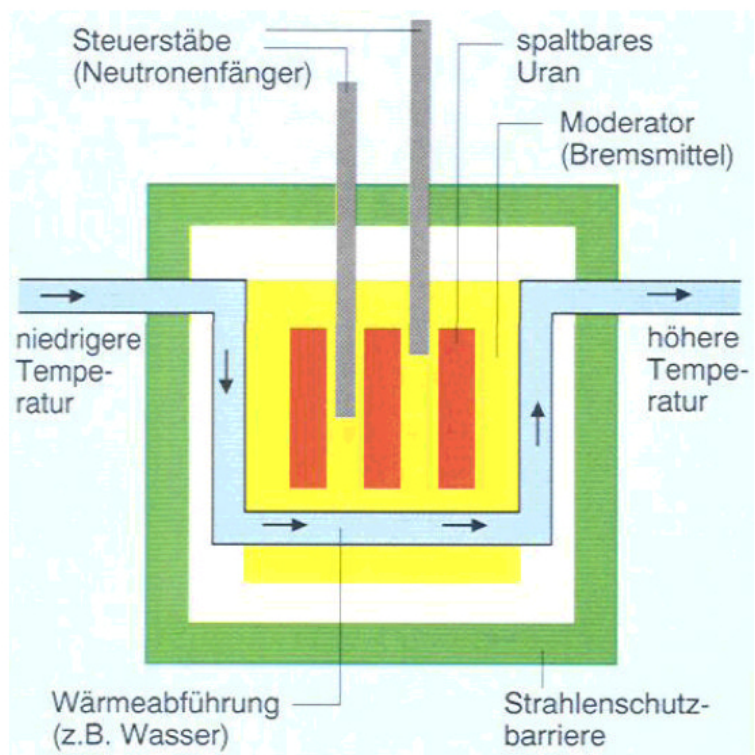
## 5.7 Kernspaltung

Wir machen uns zu nutzen, dass jeder Spaltprozess im mittel genau einen neuen spaltprozess nach sich zieht. Gesteuert werden kann es nach wie aus Bild 5.7 hervorgeht.

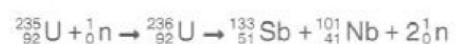
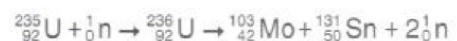
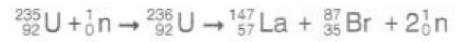
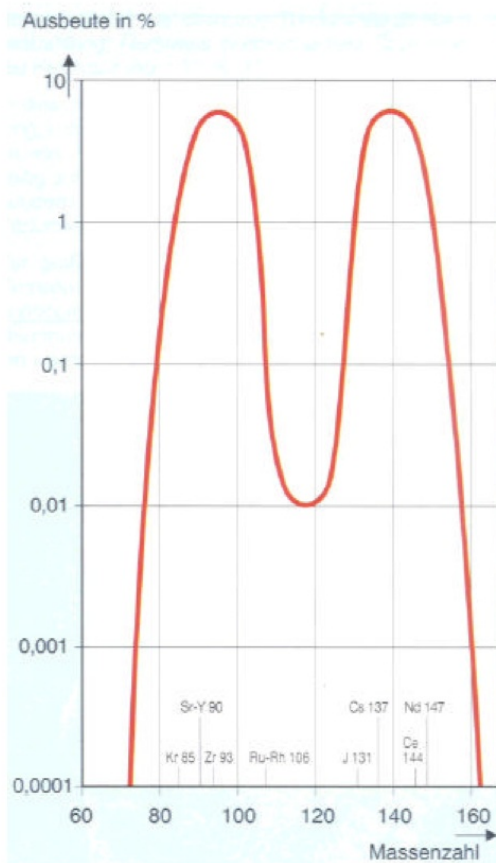
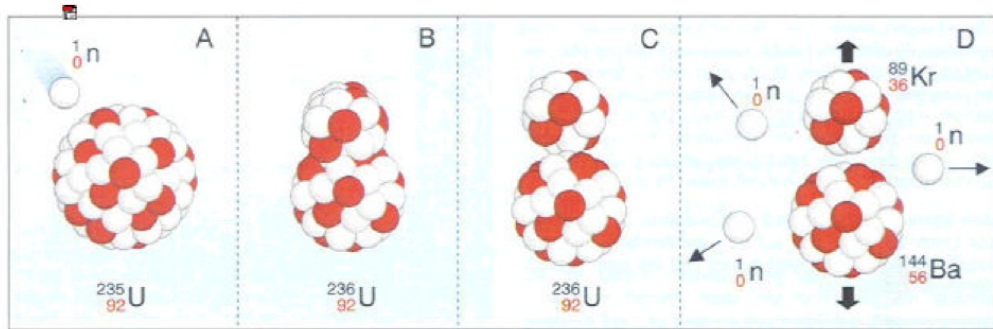
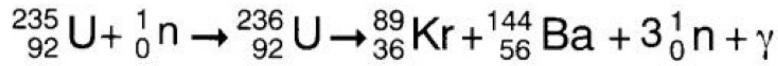
Die wesentlichen komponenten eines Kern-Reaktors sind:

- Der Brennstoff(z.b.  $^{235}\text{U}$  in ausreichender menge)
- Einen Moderator( zum Abbremsen der schnellen spaltungs-Neutronen)
- Steuerstäbe(zur kontrollierten Absorption überzähliger Neutronen)
- Kühlmittel (zur Wärme-Abfuhr)

**Detail**



Beispiel:



# Index

- 1. Newtonsche Axiom, 19
- 2. Newtonsche Axiom, 20
- 3. Newtonsche Axiom, 21
  
- Abgeschlossenes System, 26
- Arbeitsdefinition, 25
  
- Bewegungsgleichung, 33
- Bezugssystem, 44
  
- Einsteins Postulate, 45
  
- Geschwindigkeit, 7
- Gleitschwelle, 24
- Grundeinheiten, 4
  
- Haftreibung, 24
- Haftreibungskoeffizient, 24
- Hooksche Kraftgesetz, 41
  
- Impuls, relativ, 49
- Inertialsystem, 44
  
- Konservative Kräfte, 26
- Kreisbewegung, gleichförmig, 17
- Kreisbewegung, ungleichmäßig, 18
  
- Luftwiderstand, 25
  
- Newtonsche Axiome, 19, 28
  
- Physikalische Größen, 4
  
- Raketenformel, 29
- Raumrichtung, 12
  
- signifikante Stelle, 7
- Spannung-Dehnungsdiagramm, 41
- Standardabweichung, 11
  
- Stoß, elastisch, 31
- Stoß, inelastisch, 31
  
- Transformation, Galilei, 45
- Transformation, Lorentz, 46
- Transormation, Galilei, 44
- Transormation, Lorentz, 45
  
- Varianz, 11
  
- Zentripetalbeschleunigung, 18