


Vermessungskunde

Sommerübung 1

Bedienung von Theodolit, Nivellier und Rechtwinkelpisma

Gruppe 4

Joanna Coppi
Andreas Horster
Sven Keßler
Niels Nowack
Gudrun Willscheid



Neuvorlage !	In Ordnung

1. Sommerübung:**Bedienung von Theodolit, Nivellier und Rechtwinkelpisma****Inhaltsverzeichnis****1.1. Messen mit dem Theodolit**

1.1.1.	Erläuterung der Aufgabe in eigenen Worten	2
1.1.2.	Beschreibung des Messverfahrens	2
1.1.2.1.	Aufstellung und Horizontierung	2
1.1.2.2.	Messung	2
1.1.3.	Messwerte	3
1.1.4.	Auswertung der Beobachtungsdaten	4
1.1.4.1.	Horizontalwinkelmessung	4
1.1.4.2.	Zenitwinkelmessung	4
1.1.5.	Statistik	5
1.1.5.1.	Horizontalwinkelmessung	5
1.1.5.2.	Standardabweichung eines Winkels	5
1.1.5.3.	Standardabweichung des Mittels	5
1.1.5.4.	Zenitwinkelmessung	5
1.1.5.5.	Standardabweichung eines Zenitwinkels	5
1.1.5.6.	Standardabweichung des Mittels	6
1.1.6.	Zusammenfassung der Ergebnisse und beurteilende Stellungnahme	6

1.2. Messen mit dem Nivellier

1.2.1.	Erläuterung der Aufgabe in eigenen Worten	7
1.2.2.	Beschreibung des Messverfahrens	7
1.2.2.1.	Messvorbereitung	7
1.2.2.2.	Messung	8
1.2.3.	Messprotokoll mit Verprobung	9
1.2.4.	Auswertung der Beobachtungsdaten	8
1.2.5.	Statistik	10
1.2.5.1.	Mittlerer Fehler eines Höhenunterschiedes	10
1.2.5.2.	Mittlerer Fehler des arithmetischen Mittels	10
1.2.6.	Zusammenfassung der Ergebnisse und beurteilende Stellungnahme	10

1.3. Messen mit dem Rechtwinkelpisma

1.3.1.	Erläuterung der Aufgabe in eigenen Worten	11
1.3.2.	Beschreibung des Messverfahrens	11
1.3.3.	Messprotokoll mit Verprobung	12
1.3.4.	Auswertung der Beobachtungsdaten	12
1.3.5.	Statistik	12
1.3.6.	Zusammenfassung der Ergebnisse und beurteilende Stellungnahme	12

1.1. Messen mit dem Theodolit

Sven Keßler
Niels Nowack

1.1.1. Erläuterung der Aufgabe in eigenen Worten

Mit einem Ingenieurtheodoliten sollten zwei Ziele angezielt und deren Horizontal- sowie Zenitwinkel in möglichst vielen Vollsätzen bestimmt werden. Nach dem aufstellen und horizontieren wurden als Ziele die Spitzen zweier Hochspannungsmasten vorgegeben. Die abgelesenen Messergebnisse waren in das Messformular einzutragen und direkt nach der Messung zu verproben.

1.1.2. Beschreibung des Messverfahrens

1.1.2.1. Aufstellung und Horizontierung

Nachdem das Stativ aufgestellt und dessen Spitzen fest in den Boden gedrückt wurden, konnte der Theodolit aufgeschraubt und mittels der Dosenlibelle und den Fußschrauben grob horizontiert werden. Die Feinhorizontalierung wurde mit Hilfe der Röhrenlibelle durchgeführt. Diese wurde parallel mit zwei Fußschrauben ausgerichtet und danach senkrecht zu dieser Richtung mit der dritten Fußschraube. Die korrekte Justierung der Röhrenlibelle wurde dabei vorausgesetzt.

1.1.2.2. Messung

Zur Grobpeilung des Zieles mit Hilfe des Diopters wurden die Höhen- und Seitenklemmen kurzfristig gelöst. Die Deckung des Zieles mit dem Strichkreuz erfolgte dann mit den Seiten- und Höhenfeintrieben. Schließlich konnten im Ablesemikroskop die Werte für den Zenitwinkel bzw. die Horizontalrichtung abgelesen. Danach wurden die Werte für das zweite Ziel auf sie selbe Weise ermittelt.

Um Instrumentenfehler ausschalten zu können, wurde in zwei Lagen gemessen. Dazu wurde das Fernrohr durchgeschlagen, d.h. es wurde um die Kippachse in die entgegengesetzte Richtung und um 200 gon um die Stehachse gedreht. Nach erneuter Anpeilung der Ziele konnten dann die Werte für die Lage II abgelesen werden.

Zur Genauigkeitssteigerung wurde in 5 Vollsätzen (pro Person ein Satz) gemessen. Dazu wurde nach jedem Satz der Horizontalkreis um etwa $200 / 5 \text{ gon} = 40 \text{ gon}$ verstellt.

1.1.3. Messwerte

Winkelmessung

Seite _____

VermVordruck 1

Gemarkung: _____

Standpunkt	Zielpunkt	Ablesung Lage I	Ablesung Lage II	Horizontalwinkelmessung			Mittel aus allen Beobach- tungen	Bemer- kungen (Ziel)
				Ablesung I reduziert	Ablesung II reduziert	Satzmittel		
				Zenitdistanzmessung				
				$v_z = \frac{I + II}{2}$	$I - II$	$z = \frac{I - II}{2}$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	C	355 38 7	155 39 0	0	0			
	B	368 17 2	168 17 8	12 78 5	12 78 8	12 78 6	12 79 2	
	C	390 54 9	190 55 3	0	0			
	B	3 34 5	203 35 1	12 79 6	12 79 8	12 79 7		
	C	35 41 2	235 41 5	0	0			
	B	48 19 1	248 20 5	12 77 9	12 79 0	12 78 4		
	C	75 53 7	275 55 5	0	0			
	B	88 34 5	288 34 9	12 80 8	12 79 4	12 80 1		
	C	115 16 2	315 17 1	0	0			
	B	127 95 9	327 95 8	12 79 7	12 78 7	12 79 2		
		Σ 05 9	Σ 12 5				10 79 2	
		+ 12 5					+ 2 13 1	
		<u>18 4</u>					<u>18 2</u>	
		20 0						
A	C	98 43 5	301 81 2	400 01 2	196 38 8	98 19 4	98 19 1	
	B	97 43 5	302 57 6	400 01 1	194 85 9	97 43 0	97 42 5	
	C	98 19 5	301 81 7	400 01 2	196 37 8	98 18 9		
	B	97 43 2	302 57 9	400 01 1	194 85 3	97 42 6		
	C	98 19 5	301 82 0	400 01 5	196 37 5	98 18 8		
	B	97 42 9	302 58 0	400 00 9	194 84 9	97 42 4		
	C	98 20 1	301 81 2	400 01 3	196 38 9	98 19 4		
	B	97 43 6	302 59 5	400 03 1	194 84 1	97 42 0		
	C	98 19 5	301 81 8	400 01 3	196 37 7	98 18 8		
	B	97 43 8	302 58 7	400 02 5	194 85 1	97 42 6	Σ 6 16	
		Σ 15 6		- 15 2			5 6 16	
		- 7 6		$\Sigma v_z = 0 5 - 15 2 = - 7 6$				
		<u>8 0</u>					<u>8 0</u>	

1.1.4. Auswertung der Beobachtungsdaten**1.1.4.1. Horizontalwinkelmessung**

Verprobung der Horizontalwinkelmessung

$$\sum I + \sum II = s \cdot \sum \emptyset + 2 \cdot n \cdot MaaB$$

n = Anzahl der Sätze (hier: 5 Sätze)

s = Anzahl der Ziele im Satz (hier: 2 Ziele)

$\sum I$ = Summe Lage I (bzw. II)

$\sum \emptyset$ = Summe der Nullrichtungen

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1608,059 \text{ gon} + 2408,125 \text{ gon} &= 4016,184 \text{ gon} = 16,184 \text{ gon} \\ 2 \cdot 2144,131 \text{ gon} + 2 \cdot 5 \cdot 12,792 \text{ gon} &= 4288,262 \text{ gon} + 127,920 \text{ gon} = \\ 4416,182 \text{ gon} &= 16,182 \text{ gon} \end{aligned}$$

$$16,184 \text{ gon} \approx 16,182 \text{ gon}$$

Da 4016,184 gon gleich 16,184 und 4416,182 gon gleich 16,182 gon sind, ist die Verprobung richtig.

Die weitere Auswertung der Beobachtungsdaten erfolgt auf dem Messprotokoll.

1.1.4.2. Zenitwinkelmessung

Berechnung des Höhenindexfehlers:

Höhenindex:

$$v_z = \frac{1}{2} \cdot \sum \left(\frac{400 - (I + II)}{2} \right) = -3,8 \cdot 10^{-3} \text{ gon}$$

Höhenindexfehler:

$$v = \frac{\sum v_z}{n}, \quad n = \text{Anzahl der Sätze}$$

$$\Rightarrow v = -7,6 \text{ mgon}$$

Verprobung der Zenitwinkelmessung:

$$\sum I + \sum v_z = n \cdot \sum (MaaB)$$

$$\Rightarrow 978,156 + (-0,076) = 978,080 = 5 \cdot (98,191 + 97,425)$$

1.1.5. Statistik

1.1.5.1. Horizontalwinkelmessung

1.1.5.1.1. Standardabweichung eines Winkels

$d = \text{Satzmittel} - \text{MaaB}$

d / mgon	d ² / mgon ²
-6	36
5	25
-8	64
9	81
0	0

$$d_w = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{206}{4}} = 7,2 \text{ mgon}$$

1.1.5.1.2. Standardabweichung des Mittels

$$d_m = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n \cdot (n-1)}} = \sqrt{\frac{206}{20}} = 3,2 \text{ mgon}$$

1.1.5.2. Zenitwinkelmessung

1.1.5.2.1. Standardabweichung eines Zenitwinkels:

$$v = \text{MaaB} - \frac{I - II}{2}$$

Punkt B:

v / mgon	v ² / mgon ²
5	25
1	1
-1	1
-5	25
1	1

$$d_z = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{53}{4}} = 3,6 \text{ mgon}$$

Punkt C:

v / gon	v ² / gon ²
3	9
-2	4
-3	9
3	9
-3	9

$$d_z = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{40}{4}} = 3,2 \text{ mgon}$$

1.1.5.2.2. Standardabweichung des Mittels

Punkt B: $d_m = \frac{d_z}{\sqrt{5}} = 1,6 \text{ mgon}$

Punkt C: $d_m = \frac{d_z}{\sqrt{5}} = 1,4 \text{ mgon}$

1.1.6. Zusammenfassung der Ergebnisse und beurteilende Stellungnahme

Abschließend kann man sagen, dass sich die Ergebnisse der Messungen des Horizontal- und Zenitwinkels im Rahmen einer akzeptablen Abweichung befanden. Daraus folgt, dass die 5 Messungen, jeweils im Vollsatz, in die Berechnungen der Statistik mit einbezogen werden konnten. Deshalb sind die Werte, aufgrund der hohen Anzahl der durchgeführten Messungen, sehr genau zu bestimmen gewesen.

1.2. Messen mit dem Nivellier

Joana Coppi
Gudrun Willscheid

1.2.1. Erläuterung der Aufgabe mit eigenen Worten

Es ist der Höhenunterschied zweier ca. 80m auseinanderliegender Punkte A und B mit Hilfe der horizontalen Ziellinie des Nivelliers und der vertikal aufgestellten Nivellierlatten zu bestimmen. Es wird ein Wechsellpunkt einbezogen. Vor Beginn der Messung wird durch eine Nivellierprobe die Ziellinie auf Horizontalausrichtung überprüft, damit die Voraussetzung der Fehlerfreien Bestimmung des Höhenunterschiedes gewährleistet ist. Danach wird das Nivelliergerät mittig zwischen den beiden Punkten, auf denen je eine Nivellierlatte mit Frosch und angehaltenem Lattenrichter stehen, aufgestellt. Durch Anvisieren des ersten Punktes wird die Höhe des Rückblickes abgelesen. Danach wird der zweite Punkt anvisiert und man liest die Höhe des Vorblickes ab. Die Messung wird zweimal wiederholt.

1.2.2. Beschreibung des Messverfahrens

1.2.2.1. Messvorbereitung

Durch Abschreiten der Strecke von ca. 80m werden die Nivellierlattenabstandspunkte festgelegt. Die Nivellierlatten werden jeweils auf dem Frosch mit angehaltenem Lattenrichter ausgerichtet und das Nivellier wird in der Mitte der beiden Punkte aufgestellt. Hierzu stellt man das Stativ nach Augenmaß horizontal auf. Um die Standsicherheit des Stativs zugewähren, damit ein Verrutschen nicht zu falschen Messergebnissen führt, werden die Füße des Stativs fest in den Boden gedrückt.

Das Nivelliergerät wird auf dem Stativ befestigt und horizontiert. Die Horizontierung geschieht über Einspielung der Dosenlibelle mit Hilfe der Justierschrauben. Durch Antippen des Gerätes überprüft man nun das Freischwingen des Kompensators zur automatischen Horizontierung. Nun wird das Fadenkreuz schafgestellt, indem man einen hellen Hintergrund vor das Fernrohr hält. Vor dem Ablesen der Maße ist darauf zu achten, dass mit der Fokussierung die Nivellierlatteeinteilung scharf gestellt wird und dass mit dem Seitenfeintrieb die Nivellierlatte genau angezielt wird.

Vor Beginn des eigentlichen Messvorganges wird die Ausrichtung der Zielachse mit einer einfachen Nivellierprobe durchgeführt. Bei der Nivellierprobe wird in einem 1. Arbeitsgang das Nivelliergerät mittig zwischen zwei festen eindeutigen Punkten A und B aufgestellt, wobei der Abstand AB ca. 40m beträgt (Verfahren aus der Mitte. An den auf A und B stehenden Nivellierlatten werden die Ablesungen Rückblick r_1 und Vorblick v_1 vorgenommen und protokolliert. Aus der Differenz von Rückblick r_1 und Vorblick v_1 wird der fehlerfreie Höhenunterschied h_1 berechnet. In einem 2. Arbeitsgang wird das Nivellier auf kürzeste Distanz ca. 3m vor die Nivellierlatte im Punkt B aufgestellt. An der Nivellierlatte im Punkt A wird r_2 und an der Nivellierlatte im Punkt B wird v_2 abgelesen. Nun wird wieder die Differenz aus r_2 und v_2 gebildet und man erhält den Höhenunterschied h_2 . Die Differenz von h_1 und h_2 gibt den fehlerhaften Höhenunterschied an, wobei die Differenz bestimmte Größen nicht überschreiten darf. Diese Größen sind abhängig von der Art und der Genauigkeit der Nivelliergeräte.

1.2.2.2. Messung

Zur Bestimmung von h_1 wird zunächst das Stativ zwischen dem Anschlusspunkt A und dem Wechsellpunkt aufgestellt. Beim Rückblick zur Nivellierlatte im Punkt A wird R1 und beim Vorblick zur Nivellierlatte im Punkt B wird V1 abgelesen. Aus der Differenz der beiden Ablesungen R1 und V1 errechnet man den Höhenunterschied h_1 . Nun wird der Standpunkt des Stativs gewechselt, während die Position der Nivellierlatte auf dem Wechsellpunkt beibehalten wird.

Das Nivelliergerät wird nun zwischen dem Wechsellpunkt und dem Anschlusspunkt B aufgestellt. Um den Höhenunterschied h_2 zu bestimmen, wird durch Rückblick zum Wechsellpunkt R2 und durch Vorblick zum Anschlusspunkt B V2 abgelesen und die Differenz gebildet. Die Summe der Höhenunterschiede h_1 und h_2 ergibt den Gesamthöhenunterschied h .

Der Messvorgang wird zweimal wiederholt, dabei wird das Nivelliergerät jedes Mal neu aufgestellt, während die Nivellierlatte Standpunkte unverändert bleiben.

1.2.3. Meßprotokoll mit Verprobungen

siehe nächste Seite (9)

1.2.4. Auswertung der Beobachtungsdaten

Die gemessenen Werte differieren um maximal 3mm.

Als Mittelwerte ergeben sich aus der $\bar{X}_{\Delta h} = \frac{\sum \Delta h}{n}$ Formel ein Wert von 3,505m

Zur Überprüfung führt man folgende Rechenprobe durch:

$$\sum \Delta h = \sum R_1 - \sum V_1 + \sum R_2 - \sum V_2 = h_1 + h_2$$

$$-10,516 = -14,504 + 3,988$$

$$-10,516 = -10,516$$

1.2.3. Meßprotokoll mit Verprobungen

Datum: _____

Ort der Messung: _____

Name des Schreibens: _____

Name des Beobachters: _____

Instrumente: _____

Zweck der Messung: _____

Punkt	Lattenablesungen				Höhenunterschied		Höhe des Punktes H m NN	Punkt	Bemerkungen und Handzeichnung
	Rückwärts R m	bei Zwischen- punkten Z m	Vorwärts- V m		-	+			
1	0,732							8	<p>Nivellierprobe "Verfahren aus der Mitte"</p> <p>1. Arbeitsgang</p> <p>2. Arbeitsgang</p> <p>Instrumente kurz hinter der Mitte</p> <p>Instrumente kurz hinter der Mitte</p> <p>$a_1 = 0,732$ $b_1 = 2,084$ $\Delta h = 1,352$</p> <p>$b_2 = 2,781$ $a_{\text{neu}} = \Delta h + b_2 = 1,352 + 2,781 = 1,429$ $a_2 = 0,157$ $a_{\text{alt}} - a_{\text{neu}} = 1,578 - 1,429 = 0,149$</p>
	1,578		2,084			1,352		7	
			2,781			1,203			
						0,149			
A	0,642					1,612			<p>1. Arbeitsgang</p> <p>2. Arbeitsgang</p> <p>Instrumente kurz hinter der Mitte</p> <p>Instrumente kurz hinter der Mitte</p> <p>$a_1 = 0,732$ $b_1 = 2,084$ $\Delta h = 1,352$</p> <p>$b_2 = 2,781$ $a_{\text{neu}} = \Delta h + b_2 = 1,352 + 2,781 = 1,429$ $a_2 = 0,157$ $a_{\text{alt}} - a_{\text{neu}} = 1,578 - 1,429 = 0,149$</p>
B	0,718		2,254			1,890			
			2,608						
A	0,673					1,614			<p>1. Arbeitsgang</p> <p>2. Arbeitsgang</p> <p>Instrumente kurz hinter der Mitte</p> <p>Instrumente kurz hinter der Mitte</p> <p>$a_1 = 0,732$ $b_1 = 2,084$ $\Delta h = 1,352$</p> <p>$b_2 = 2,781$ $a_{\text{neu}} = \Delta h + b_2 = 1,352 + 2,781 = 1,429$ $a_2 = 0,157$ $a_{\text{alt}} - a_{\text{neu}} = 1,578 - 1,429 = 0,149$</p>
B	0,632		2,287			1,893			
			2,525						
A	0,662					1,616			<p>1. Arbeitsgang</p> <p>2. Arbeitsgang</p> <p>Instrumente kurz hinter der Mitte</p> <p>Instrumente kurz hinter der Mitte</p> <p>$a_1 = 0,732$ $b_1 = 2,084$ $\Delta h = 1,352$</p> <p>$b_2 = 2,781$ $a_{\text{neu}} = \Delta h + b_2 = 1,352 + 2,781 = 1,429$ $a_2 = 0,157$ $a_{\text{alt}} - a_{\text{neu}} = 1,578 - 1,429 = 0,149$</p>
B	0,661		2,278			1,891			
			2,552						
Σ R = V	3,988		14,504			10,516			<p>1. Arbeitsgang</p> <p>2. Arbeitsgang</p> <p>Instrumente kurz hinter der Mitte</p> <p>Instrumente kurz hinter der Mitte</p> <p>$a_1 = 0,732$ $b_1 = 2,084$ $\Delta h = 1,352$</p> <p>$b_2 = 2,781$ $a_{\text{neu}} = \Delta h + b_2 = 1,352 + 2,781 = 1,429$ $a_2 = 0,157$ $a_{\text{alt}} - a_{\text{neu}} = 1,578 - 1,429 = 0,149$</p>
	14,504								

1.2.5. Statistik

Δh	v [mm]	v^2 [mm ²]
3,502	-3	9
3,507	2	4
3,507	2	4
Σ 10,516	Σ 1	Σ 17

1.2.5.1. Mittlerer Fehler eines Höhenunterschiedes:

$$\bar{x} = \frac{\sum \Delta h}{n} = \frac{10,516 \text{ m}}{3} = 3,505 \text{ m}$$

$$m_{\Delta h} = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{17}{4}} = 2,9 \text{ mm}$$

Standardabweichung eines Höhenunterschiedes: $\pm 2,9 \text{ mm}$

1.2.5.2. Mittlerer Fehler des arithmetischen Mittels:

$$M_x = \frac{m_{\Delta h}}{\sqrt{n}} = \frac{\pm 2,9 \text{ mm}}{\sqrt{3}} = 1,7 \text{ mm}$$

Standardabweichung des arithmetischen Mittels: $\pm 1,7 \text{ mm}$

1.2.6. Zusammenfassung der Ergebnisse und beurteilende Stellungnahme

Die Differenz von Rück- und Vorblick ergibt einen Höhenunterschied von 3,505m.

Es wurden 3 Messungen durchgeführt.

Die Standardabweichung eines Höhenunterschiedes beträgt $\pm 2,9 \text{ mm}$

Die Standardabweichung des arithmetischen Mittels beträgt $\pm 1,7 \text{ mm}$.

Da bei Messen mit dem Nivellier Fehler auftreten können, ist die Genauigkeit der Messergebnisse beim Nivellement abhängig von:

- der Genauigkeit des Nivelliergerätes, wie z.B. Ausschaltung des Zielachsfehlers (Hauptforderung), Empfindlichkeit des Kompensators, Vergrößerung des Fernrohrs und Standfestigkeit des Stativs
- der Genauigkeit der Latte, wie z.B. Genauigkeit und Abnutzung der Lattenteilung, Stabilität der Latte (Lattenbau), Beschaffenheit der Aufsatzfläche
- der Genauigkeit der Messung, wie z.B. Senkrechtstellung der Latte (Lattenrichter), Einhaltung der maximalen Zielweite, Wahl der Wechsellpunkte, Standfestigkeit des Lattenuntersatzes, Lichtverhältnisse

Mit der Genauigkeit von $\pm 1,7 \text{ mm}$ kann die Gruppe für ihre ersten Nivelliermessungen zufrieden sein.

Abschließend ist noch zu sagen, das aufgrund eines Messfehlers die Nivellierprobe hätte wiederholt werden müssen. Aber aus Zeittechnischen Gründen, wurde uns gesagt, sollten wir mit dem Nivellement beginnen.

1.3. Rechtwinkelpisma

Andreas Horster

1.3.1. Erläuterung der Aufgabenstellung in eigenen Worten

Auf einer 20m langen Basis c soll der Lotfußpunkt F einer etwa 10m seitlich entfernten Meßlatte bestimmt werden. Nach dem Messen der Strecken a , b , h , q und p , werden die Strecken p und h rechnerisch überprüft. Ferner soll die Standardabweichungen für p und h errechnet werden, unter der Annahme das die gerechneten Werte für p und h fehlerfrei sind.

1.3.2. Beschreibung des Messverfahren

Wir haben mit dem Messband eine 20m lange Strecke vom Punkt A zu Punkt B mit Fluchtstäben markiert.

Zwischen den Punkten A und B wählen wir im seitlichen Abstand von ca. 10m einen Punkt P , den wir ebenfalls markieren. Mit dem Rechtwinkelpisma ermitteln wir nun den Lotfußpunkt F in folgender Weise:

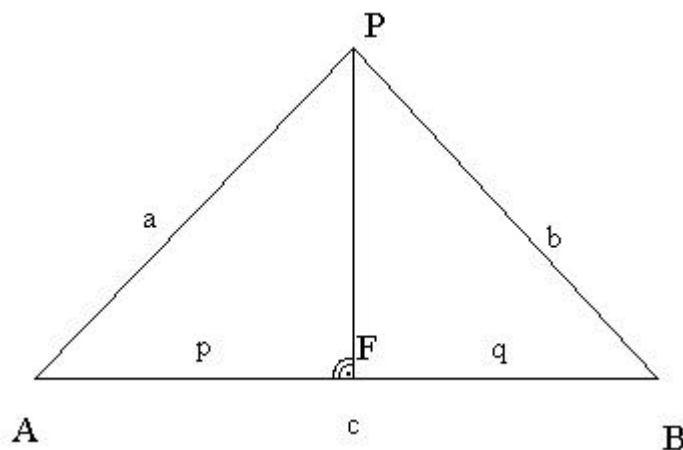
Nach abschätzen des Punktes F bewegen wir uns vor oder zurück bis beide Fluchtstäbe der Basis genau übereinander stehen. Mit leichten seitlichen Bewegungen sorgen wir dafür das alle drei Fluchtstäbe übereinander im Rechtwinkelpisma erscheinen. Mit einem eingehängten Schnurlot wird dann der genaue Punkt F ermittelt, den wir auch mit einem Fluchtstab kennzeichnen.

Anschließend werden die Strecken a , b , h , q und p mit dem Stahlmessband abgemessen. Die Strecke q ist für die weitere Rechnung ohne Belang, diene jedoch nur zur Kontrolle von c ($q + p = c$).

Mit den Formeln für p und h ermitteln wir die rechnerische Lösung. Die Werte für p_{soll} und h_{soll} werden als wahre Werte angenommen.

$$h = \sqrt{a^2 - p^2} ; \quad p = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c}$$

Skizze:



1.3.3. Messprotokoll mit Verprobung

Messung	a [m]	b [m]	q [m]	p _{ist} [m]	h _{ist} [m]	p _{soll} [m]	h _{soll} [m]
1	14,39	14,13	9,8	10,18	10,18	10,18	10,17
2	14,48	12,93	8,92	11,05	9,32	11,06	9,35
3	11,37	16,57	13,63	6,32	9,45	6,36	9,45

1.3.4. Auswertung der Beobachtungsdaten

Messung	p _{ist} [m]	P _{soll} [cm]	ε [cm]	ε ² [cm ²]
1	10,18	10,18	0	0
2	11,05	11,06	1	1
3	6,32	6,36	4	16

Messung	h _{ist} [m]	h _{soll} [cm]	ε [cm]	ε ² [cm ²]
1	10,18	10,17	1	1
2	9,32	9,35	-3	9
3	9,45	9,45	0	0

1.3.5. Statistik

Mit $s = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n}}$ berechnet man die Standardabweichung von wahren Abweichungen ε.

σ = Standardabweichung

ε = wahre Abweichungen

n = Anzahl der Beobachtungen

Standardabweichung für p:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{17}{3}} = \pm 2,38 \text{ cm}$$

Standardabweichung für h:

$$\sigma_h = \sqrt{\frac{10}{3}} = \pm 1,83 \text{ cm}$$

1.3.6. Zusammenfassung der Ergebnisse und beurteilende Stellungnahme

Die Differenz zwischen gemessenen Ist-Werten und gerechneten Soll-Werten lag bei höchstens 4 cm.

Die Standardabweichung für die Höhe h beträgt $\sigma_h = \pm 1,83 \text{ cm}$.

Die Standardabweichung für die Länge p beträgt $\sigma_p = \pm 2,38 \text{ cm}$.

Insgesamt muss man aber sagen, dass die Abweichungen teilweise zu groß sind. Insbesondere die Standardabweichungen sind zu groß. Das kann man eigentlich nur auf eine ungenaue Messung der Gruppe zurückführen. Dazu kam dann noch das die Fluchtstäbe nicht genau lotrecht aufgestellt werden konnten.

Hinzufügen muss man aber auch das der exakte Umgang mit dem Rechtwinkelpisma einiges an Übung verlangt.