

3. Sommerübung:

Inhaltsverzeichnis:

Polygonzug

3.1. Erläuterung der Aufgabenstellung in eigenen Worten	2
3.2. Beschreibung des Messverfahren	2
3.3.1. Messprotokoll „Winkel“ mit Verprobung	3
3.3.2. Messprotokoll „Polygonpunkt“ mit Verprobung	4
3.4. Auswertung der Beobachtungsdaten	5
3.5. Statistik	5
3.6. Zusammenfassung der Ergebnisse und beurteilende Stellungnahme	7
3.7. Graphische Darstellung der zu erwartenden Abweichungen	8

Andreas Horster
Gudrun Willscheid
Joana Coppi
Sven Keßler
Niels Nowack

3.1. Erläuterung der Aufgabenstellung in eigenen Worten

Mit Hilfe eines elektrooptischen Tachymeters soll die Richtung von Punkten A zu E bestimmt werden. Die direkte Verbindung ist dabei nicht sichtbar, so dass ein offener Polygonzug gemessen werden muss. Die Gauß-Krüger-Koordinaten des Punktes A und der Anschlussrichtung N sind bekannt. Mit dem offenen Polygonzug sollen die Koordinaten des Punktes E bestimmt werden, sowie der Brechungswinkel β am Punkt A von N zu E. Am Ende wird die Genauigkeit der Messung überprüft indem die Richtung von A aus anvisiert wird. Durch hochhalten eines Stabes wird dann die tatsächliche Richtung des Punktes B angezeigt.

3.2. Beschreibung des Messverfahren

Bei der Polygonzugmessung ist es notwendig, dass dieselben Polygonpunkte mit verschiedenen Geräten nacheinander besetzt werden. Um Ungenauigkeiten bei erneuerter Zentrierung zu vermeiden, verwendet man das Prinzip der Zwangszentrierung. Der Dreifuss oder Kugelkopf bleibt immer im Stativ während nacheinander die einzelnen Geräte (Tachymeter, Spiegelprisma und Zieltafel) eingesetzt werden.

Das Aufstellen der Stative erfolgt immer nach dem gleichen Prinzip.

1. Aufstellen des Statives (möglichst zentrisch über dem Punkt)
2. Grobzentrierung mit Fußschrauben und optischem Lot
3. Grobhorizontrierung mit Stativbeinen und Dosenlibelle
4. Feinzentrierung mit Fußschraube und Röhrenlibelle
5. Feinhorizontrierung durch verschieben auf dem Stativteller
6. Notfalls Wiederholung von 4 und 5

Nachdem alle 3 Stative (P A, P2 und P3) aufgestellt worden sind wird nun mit der Messung in A begonnen. In je zwei Vollsätzen werden die Richtungen und Zenitwinkel zum Anschlusspunkt und zum ersten Polygonpunkt gemessen. Aus der Differenz der Richtungswinkel ergibt sich der Brechungswinkel.

Für die Horizontalstrecke, wird die Schrägstrecke zum nächsten Punkt je dreimal gemessen und mit folgender Formel

Horizontalstrecke = Schrägstrecke * $\sin(\text{Zenitwinkel})$
ausgerechnet.

Für die weiteren Polygonpunkte wird der rückliegende Punkt mit einer Zieltafel ausgestattet, um ihn besser anvisieren zu können. Die Messungen werden dann nach obigen Muster fortgesetzt, bis von P3 aus der Endpunkt angezielt werden kann.

Nach Berechnung des Brechungswinkels in A von N zu E wird der Tachymeter in A wieder aufgestellt und der tatsächliche Wert abgelesen. Aus der Differenz lässt sich die Querabweichung q berechnen.

3.3. Messprotokolle mit Verprobung

Winkelmessung

Seite _____

VermVordruck 1

Gemarkung: _____

Standpunkt	Zielpunkt	Ablesung Lage I	Ablesung Lage II	Horizontalwinkelmessung			Mittel aus allen Beobach- tungen	Bemerkungen (Ziel) S'
				Ablesung I reduziert	Ablesung II reduziert	Satzmittel		
				Zenitdistanzmessung				
				$\frac{I+II}{2}$ $\frac{400-(I+II)}{2}$	$I-II$	$z = \frac{I-II}{2}$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	231	380 35 25	180 35 55	0	0	0	0	24,081
	1	111 20 20	301 20 05	120 24 35	120 24 50	120 24 42	120 24 62	24,082
A	231	279 39 55	79 39 75	0	0	0		24,073
	1	399 64 05	199 64 30	120 24 56	120 24 55	120 24 52	23 94 3	24,084
1	A	221 04 60	71 04 40	0	0	0		92,949
	2	81 96 45	281 96 55	210 31 15	210 32 15	210 32 00	210 32 00	92,950
1	A	171 79 50	371 79 15	0	0	0		92,953
	2	382 71 55	182 71 10	210 92 05	210 31 95	210 92 00	92 81 4	92,952
2	1	159 28 30	359 28 15	0	0	0	0	48,288
	E	342 90 00	142 89 70	183 61 70	183 61 55	183 61 62	183 61 65	48,291
2	1	52 03 35	252 03 40	0	0	0		48,291
	E	235 65 15	35 64 95	183 61 20	183 61 55	183 61 68	48 24 9	48,289
	SI	7 35	SI	7 05			SI=8 27	
				+7 95			4: 308	
				500			2:095+1 90	
				ES ₃ + ES ₄ = S	ES + 2 u. Maß B		498	
A	1	93 14 75	306 85 35	400 00 10	186 29 40	93 14 70	93 14 70	
A	1	93 14 35	306 85 55	400 00 50	186 29 40	93 14 70		
1	2	96 54 15	303 45 30	400 00 05	193 08 75	96 54 12	96 53 37	
1	2	96 54 05	303 46 40	400 00 45	193 07 65	96 53 87		
2	E	97 38 30	302 61 95	400 00 25	194 76 35	97 38 18	97 38 15	
2	E	97 38 10	302 61 85	399 99 95	194 76 25	97 38 12		
	SI	4 30					6 82	
	SI	4 30					2: 3 64	
A	231	255 20 25	0					
	E	379 99 65	124 79 4	gerechnet				
A	231	0						
	E		124 79 4	abgelesen				
				0: 12 min				
				ES ₃ + ES ₄ = S	ES + 2 u. Maß B			

Lager-Nr. 850

VermPANw. I RdErl. d. IM. NW. v. 1. 12. 58.

Polygonpunktberechnung

VernVordruck 19[illegible]

3.4. Auswertung der Beobachtungsdaten

a) Horizontalwinkelmessung

Siehe Messprotokoll

b) Vertikalwinkelmessung

Siehe Messprotokoll

Höhenindexfehler

n: Anzahl der Sätze

$$v = \frac{\sum v_z}{n} = \frac{-0,0065}{6} = -1,1 \text{ mgon}$$

Rest siehe Messprotokoll

c) Längenmessung

Siehe Messprotokoll

3.5. Statistik

Horizontalwinkelmessung

Standardabweichung einer Messung:

n: Anzahl der Beobachtungen

d: Differenz der Satzmittel

$$d_M = \sqrt{\frac{\sum d^2}{2 \cdot n}}$$

d [mgon]	d ² [mgon ²]
2,0	4,0
0,05	0,0025
-0,6	0,36
	Σd ² = 4,3625

Wenn eine Abweichung 0 beträgt (zwischen A und Punkt 2), so wird eine fiktive Standardabweichung von 0,00005 gon angenommen.

$$d_m = \sqrt{\frac{4,3625}{2 \cdot 3}} = 0,85 \text{ mgon}$$

Standardabweichung aus Doppelbeobachtungen:

$$d_M = \frac{d_n}{\sqrt{2}} = 0,6 \text{ mgon}$$

Vertikalwinkelmessung

Standardabweichung einer Messung

n: Anzahl der Beobachtungen

d: Differenz der Satzmittel

d [mgon]	d ² [mgon ²]
0	0
3	9
0,6	0,36
$\Sigma d^2 = 9,36 \text{ mgon}^2$	

$$d_n = \sqrt{\frac{\sum d^2}{2 \cdot n}} = \sqrt{\frac{9,36}{6}} = 1,25 \text{ mgon}$$

Standardabweichung aus Doppelbeobachtungen:

$$d_M = \frac{d_n}{\sqrt{2}} = 0,88 \text{ mgon}$$

Längenmessung:

Vorgegebene Standardstreckenmessgenauigkeit:

$$m_s = \pm(5\text{mm} + (5\text{mm/km}) \cdot s)$$

$$s_1 = 23,943\text{m} \pm 5,12\text{mm}$$

$$s_2 = 92,814\text{m} \pm 5,46\text{mm}$$

$$s_3 = 48,249\text{m} \pm 5,24\text{mm}$$

$$\delta\beta_1 = \delta\beta_2 = \delta\beta_3 = 0,6 \text{ mgon}$$

Standardabweichung der Koordinatenunterschiede nach dem Varianzfortpflanzungsgesetz:

Errechnung von Y_E :

$$Y_E = Y_A + s_1 \sin(t_0 + \beta_1 - 200) + s_2 \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) + s_3 \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600)$$

$$dY_E =$$

$$\sin(t_0 + \beta_1 - 200) \delta s_1$$

$$+ \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) \delta s_2$$

$$+ \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600) \delta s_3$$

$$+ (s_1 \cos(t_0 + \beta_1 - 200) + s_2 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) + s_3 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600)) \delta\beta_1 / \rho$$

$$+ (s_2 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) + s_3 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600)) \delta\beta_2 / \rho$$

$$+ (s_3 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600)) \delta\beta_3 / \rho$$

$$\delta Y_E =$$

$$[\sin^2(t_0 + \beta_1 - 200) (\delta s_1)^2$$

$$+ \sin^2(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) (\delta s_2)^2$$

$$+ \sin^2(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600) (\delta s_3)^2$$

$$+ (s_1 \cos(t_0 + \beta_1 - 200) + s_2 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) + s_3 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600))^2 (\delta\beta_1 / \rho)^2$$

$$+ (s_2 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) + s_3 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600))^2 (\delta\beta_2 / \rho)^2$$

$$+ (s_3 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600))^2 (\delta\beta_3 / \rho)^2]^{0.5}$$

Einsetzen ergibt:

$$\delta Y_E = 0,0079 \text{ m} = 7,9 \text{ mm}$$

Errechnung von X_E :

$$X_E = X_A + s_1 \cos(t_0 + \beta_1 - 200) + s_2 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) + s_3 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600)$$

$$dX_E =$$

$$\begin{aligned} & \cos(t_0 + \beta_1 - 200) \delta s_1 \\ & + \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) \delta s_2 \\ & + \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600) \delta s_3 \\ & + (s_1 \sin(t_0 + \beta_1 - 200) + s_2 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) + s_3 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600)) \delta \beta_1 / \rho \\ & + (s_2 \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) + s_3 \cos(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600)) \delta \beta_2 / \rho \\ & + (s_3 \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600)) \delta \beta_3 / \rho \end{aligned}$$

$$\delta X_E =$$

$$\begin{aligned} & [\cos^2(t_0 + \beta_1 - 200) (\delta s_1)^2 \\ & + \cos^2(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) (\delta s_2)^2 \\ & + \cos^2(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600) (\delta s_3)^2 \\ & + (s_1 \sin(t_0 + \beta_1 - 200) + s_2 \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) + s_3 \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600))^2 (\delta \beta_1 / \rho)^2 \\ & + (s_2 \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 - 400) + s_3 \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600))^2 (\delta \beta_2 / \rho)^2 \\ & + (s_3 \sin(t_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 600))^2 (\delta \beta_3 / \rho)^2]^{0.5} \end{aligned}$$

Einsetzen ergibt:

$$\delta X_E = 0,0050 \text{ m} = 5,0 \text{ mm}$$

$$a = \arctan \frac{Y_E - Y_A}{X_E - X_A} = \arctan \left(\frac{89066,55 - 88922,05}{02741,59 - 02664,26} \right) = \arctan \left(\frac{144,5}{77,33} \right) = \arctan(1,8686) = 68,7181 \text{ gon}$$

$$\beta_{\text{soll}} = \alpha - (t_0 - 200) = 68,7181 \text{ gon} - 143,9200 \text{ gon} + 200 \text{ gon} = 124,7981 \text{ gon}$$

$$\beta_{\text{ist}} = 124,794 \text{ gon}$$

→ fiktive Querabweichung $\delta \beta = 0,004 \text{ gon} = 4 \text{ mgon}$

$$s_{A \rightarrow E} = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2} = 163,891 \text{ m}$$

$$\rho = 63,6620 \text{ gon}$$

$$\frac{d_b}{r} = \frac{q}{s} \Rightarrow q = s \cdot \frac{d_b}{r} = 1,0 \text{ cm}$$

3.6. Zusammenfassung der Ergebnisse und beurteilende Stellungnahme

Da es sich um einen offenen Polygonzug handelte, wurden die Koordinaten durch den direkt von PA zu PE gemessenen Winkel β überprüft.

Erfreulicherweise konnten alle Toleranzen eingehalten werden, so dass wir unsere Messung durchaus als realistisch bezeichnen können.

Ob die Koordinaten des Endpunktes stimmen, kann man nicht sagen, da witterungsbedingt weder der Kirchturm noch die Antennen auf dem Kamin zu erkennen waren, so dass wir uns mit einer Eisenstange, die grob in der Richtung der Kirche stand, begnügen mussten.