

Vermessungskunde

Sommerübung 4

Turmhöhenbestimmung

Gruppe 4



Niels Nowack

Sven Keßler

Andreas Horster

Gudrun Willscheid

Joana Coppi

Neuvorlage !	In Ordnung

4. Regenübung:

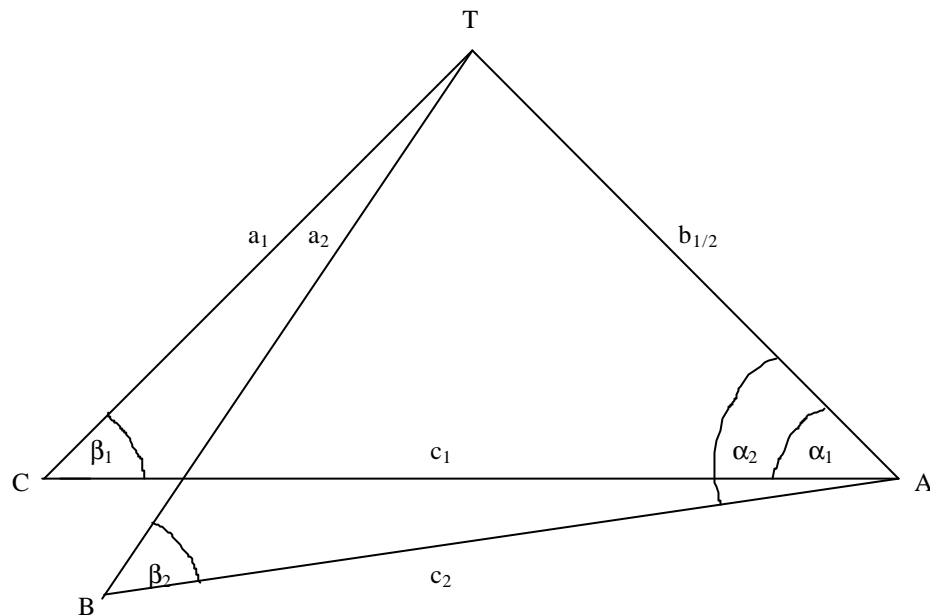
Turmhöhenbestimmung

Inhaltsverzeichnis	1
4.1. Erläuterung der Aufgabenstellung in eigenen Worten	2
4.2. Beschreibung des Meßverfahrens	2
4.3. Meßprotokolle mit Verprobung:	
4.3.1. Zenitwinkel	3
4.3.2. Horizontalwinkel	4
4.3.3. Höhennivellement	5
4.4. Auswertung der Beobachtungsdaten	6
4.4.1. Nivellement	6
4.4.2. Berechnung der Strecken	6
4.4.3. Turmeinzelhöhen	7
4.5. Statistik	7
4.5.1. Standardabweichung einer Einzelhöhe und des arithmetischen Mittels	7
4.5.2. Standardabweichung des Nivellement	8
4.5.3. Horizontalwinkelmessung	8
4.5.4. Vertikalwinkelmessung	9
4.5.5. Standardabweichung der Strecken	9
4.5.6. Standardabweichung einer Einzelhöhe nach dem Varianzfortpflanzungsgesetz	10
4.6. Abschließende beurteilende Stellungnahme	10

4.1. Erläuterung der Aufgabenstellung in eigenen Worten

Sven Keßler
Niels Nowack

Es sollte in dieser Übung die Höhe des Kamins des Universitätsheizkraftwerkes bestimmt werden. Da der Fuß des Kamins nicht eindeutig angezielt werden konnte, zielten wir stattdessen eine Tafel an, die auf der Turmoberfläche genau 3 m über dem Boden befestigt war. Diesen Punkt nannten wir T_u , der Punkt an der Spitze wird im folgenden T_o (Turmoberkante) genannt. Aus der Differenz der NN-Höhen dieser beiden Punkte erhalten wir am Ende die gesuchte Höhe des Kamins. Die NN-Höhen errechnen sich trigonometrisch mit zwei horizontalen Hilfsdreiecken:



Um die NN-Höhen der Punkte zu bekommen, mussten die NN-Höhen der Meßstandpunkte ermittelt werden. Dies geschah mittels Nivellement von der bekannten Höhe des Bolzens am Trafohäuschen. Die Höhen wurden aus Hin- und Rückgang mit je einem WP ermittelt.

4.2. Beschreibung des Meßverfahrens

Als erster Schritt wurden die drei Punkte A, B und C festgelegt, auf denen anschließend die Stative aufgestellt werden sollten. Dies erwies sich teilweise als problematisch, da von allen Punkten eine freie Sicht auf die Punkte T_u und T_o gewährleistet werden musste, die Strecken aber teilweise durch Büsche und Sträucher verdeckt waren.

Bei der Anlage des Hilfsdreiecks sollte darauf geachtet werden, dass die Winkel α_i und β_i zwischen den Strecken AB (c_1) bzw. AC (c_2) und AT ungefähr 50 gon betragen, um eine möglichst genaue Messung zu erzielen. Ferner sollten die Strecken c_1 und c_2 in ihrer Länge in etwa mit der Höhe des Turmes übereinstimmen.

Nachdem die Hilfsdreiecke angelegt wurden, haben wir folgende Messungen mit dem elektr. Tachymeter durchgeführt:

Punkt A:

Zur Bestimmung der Höhe des Gerätes wurde ein Höhennivellement zum Festpunkt 100,00 durchgeführt. Zu den Punkten B, C und T_u wurden dann die Horizontal- und Zenitwinkel in zwei Vollsätzen gemessen. Zum Punkt T_o wurde nur der Zenitwinkel gemessen, weil der Horizontalwinkel identisch mit dem von T_u sein muss, da die Punkte lotrecht übereinander sind. Des weiteren wurden die Strecken c_1 und c_2 je viermal bestimmt und anschließend gemittelt.

Punkt B und C:

Von diesen Punkten werden jeweils die Horizontal- und Vertikalwinkel zu den Punkten T_u und A sowie der Zenitwinkel zum Punkt T_o gemessen.

4.3. - Meßprotokolle mit Verprobungswinkelmessung

Seite ____

4.3.1 Zenitwinkel

Gemarkung:

Gudrun Willscheid (099 205 960)

H. W. Willscheid (099 205 960)								
Standpunkt	Zielpunkt	Ablesung Lage I	Ablesung Lage II	Horizontalwinkelmessung			Mittel aus allen Beobach- tungen	Bemer- kungen (Ziel)
				Ablesung I reduziert	Ablesung II reduziert	Satzmittel		
				Zenitdistanzmessung				
				$\frac{I + II}{2}$ $z = \frac{400 - (I + II)}{2}$	$I - II$	$z = \frac{I - II}{2}$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	B	104 06 8	295 11 0	400 00 8	208 12 8	104 06 4	104 06 4	
	C	104 51 4	295 48 9	400 00 8	209 02 2	104 51 0	104 50 3	
	T _v	102 74 0	297 24 0	400 01 0	205 47 0	102 73 5	102 73 2	
	T _o	66 89 8	333 11 4	400 01 2	133 78 4	66 89 2	66 88 8	
A	B	104 06 8	295 11 0	400 00 8	208 12 8	104 06 4		
	C	104 51 2	295 49 6	400 00 8	209 01 6	104 50 8		
	T _v	102 73 0	297 27 4	400 00 4	205 45 6	102 72 8		
	T _o	66 88 8	333 11 8	400 00 6	133 72 0	66 88 5		
B	T _v	100 89 0	299 12 0	400 01 0	201 77 0	100 88 5	100 88 4	
	T _o	65 47 2	334 54 0	400 01 2	130 93 2	65 46 6	65 46 5	
	A	95 96 8	304 05 4	400 00 0	131 83 4	95 96 7	95 96 8	
B	T _v	100 88 8	299 12 2	400 01 2	201 76 6	100 88 3		
	T _o	65 46 4	334 53 6	400 00 2	130 92 8	65 45 9		
	A	95 92 0	304 03 4	400 00 4	131 83 6	95 91 8		
C	T _v	100 68 2	299 31 0	400 00 2	201 38 2	100 68 1	100 68 0	
	T _o	64 23 0	335 77 6	400 00 6	128 45 4	64 22 7	64 22 7	
	A	95 42 0	304 58 4	400 00 4	130 23 6	95 41 8	95 41 8	
C	T _v	100 68 2	299 31 4	400 00 6	201 37 8	100 68 0		
	T _o	64 23 0	335 77 6	400 00 6	128 45 4	64 22 7		
	A	95 42 2	304 58 6	400 00 8	130 23 6	95 41 8		
		75 6		101 13 4			84 5	
		- 6 7	242 1/2 134 =	6 7			2-84-69 0	
		68 9						

4.3.2. Horizontalwinkel

Winkelmessung

Salto _____

VornVordruck 1

Commenting:

[illegible]

4.3.3. Höhennivellement

Datum: _____

Ort der Messung: _____

Zweck der Messung: _____

Name des Schreibers: _____

Name des Beobachters: _____

Instrumente: _____

Punkt	Lattenablesungen			Höhenunterschied		Höhe des Punktes H m NN	Punkt	Bemerkungen und Handzeichnung
	Rückwärts R m	bei Zwischen- punkten Z m	Vorwärts- V m	+	-			
1		3	4	5	6	7	8	
100	1,026							
WP1	1,172		1,185		0,159			
Bohr			1,132	0,640	0,1			
	Σ 2,198	Σ 2,317		Σ 0,481				
	BR-ZV = 0,119							
Bohr	1,015							
WP1	1,220		1,654		0,639			
100			1,001	0,159				
	Σ 2,235	Σ 2,715		Σ 0,480				
	BR-ZV = 0,48							
	Δh = (+0,480 + (+0,481) - 1,2) = +0,480 m							
Rückwärts zum Bohr			2,440					
			2,443					
Mittelwert (2,440 + 2,443) / 2 = 2,442 m								

4.4. Auswertung der Beobachtungsdaten

Joana Coppi
Andreas Horster

4.4.1. Nivellement**Höhe von Gerätepunkt A**

H_A = Festpunkthöhe + Mittel der Höhenunterschiede vom Festpunkt zum Punkt O (Rohr) + Mittel der Höhenunterschiede aus den Rückblicken von Punkt C zu O

$$H_A = 100,00\text{m} + \frac{1}{2} \cdot (0,480 + 0,481) + \frac{1}{2} \cdot (2,440 + 2,443) = 102,922$$

Höhe von Gerätepunkt B

$$C_2 = AB \cdot \sin(\text{Zenitwinkel von A zu B}) = 35,431\text{m} \cdot \sin 104,064 = 35,359\text{m}$$

$$H_{B1} = H_A + C_2 \cdot \cot(A,B) = 102,922 + 35,359 \cdot \cot 104,064 = 100,662\text{m}$$

$$H_{B2} = H_A - C_2 \cdot \cot(B,A) = 102,922 - 35,359 \cdot \cot 95,968 = 100,680\text{m}$$

$$H_B = \frac{1}{2} \cdot (H_{B1} + H_{B2}) = 100,671\text{m}$$

Höhe von Gerätepunkt C

$$C_1 = AC \cdot \sin(A,C) = 34,656 \cdot \sin 104,509 = 34,569$$

$$H_{C1} = H_A + C_1 \cdot \cot(A,C) = 102,922 + 34,569 \cdot \cot 104,509 = 100,469\text{m}$$

$$H_{C2} = H_A - C_1 \cdot \cot(C,A) = 102,922 - 34,569 \cdot \cot 95,418 = 100,430\text{m}$$

$$H_C = \frac{1}{2} \cdot (H_{C1} + H_{C2}) = 100,450\text{m}$$

4.4.2 Berechnung der Strecken

$$\alpha_1 = \text{Hz CAT} = \alpha_2 - 5,002 \text{ gon} = 80,103 \text{ gon}$$

$$\alpha_2 = \text{Hz BAT} = 85,105 \text{ gon}$$

$$\beta_1 = \text{Hz ACT} = 90,759 \text{ gon}$$

$$\beta_2 = \text{Hz ABT} = 85,536 \text{ gon}$$

$$\gamma_1 = 200\text{gon} - \alpha_1 - \beta_1 = 29,138 \text{ gon}$$

$$\gamma_2 = 200\text{gon} - \alpha_2 - \beta_2 = 29,359 \text{ gon}$$

$$a_1 = c_1 \cdot \frac{\sin \mathbf{a}_1}{\sin \mathbf{g}_1} = 74,441 \text{ m}$$

$$a_2 = c_2 \cdot \frac{\sin \mathbf{a}_2}{\sin \mathbf{g}_2} = 77,294 \text{ m}$$

$$b_1 = c_1 \cdot \frac{\sin \mathbf{b}_1}{\sin \mathbf{g}_1} = 77,408 \text{ m}$$

$$b_2 = c_2 \cdot \frac{\sin \mathbf{b}_2}{\sin \mathbf{g}_2} = 77,417 \text{ m}$$

4.4.3. Turmeinzelhöhen

$$H_{To} = H_A + s_i \cdot \cot \alpha_{i,To}$$

$$H_{Tu} = H_A + s_i \cdot \cot \alpha_{i,Tu}$$

Vom Punkt A aus ($s_i \equiv b_1, b_2$):

$$H_{To1} = 147,255 \text{ m}$$

$$H_{Tu1} = 99,598 \text{ m} \Rightarrow h_1 = 47,657 \text{ m}$$

$$H_{To2} = 147,261 \text{ m}$$

$$H_{Tu2} = 99,598 \text{ m} \Rightarrow h_2 = 47,663 \text{ m}$$

Vom Punkt B aus ($s_i \equiv a_2$):

$$H_{To3} = 147,264 \text{ m}$$

$$H_{Tu3} = 99,598 \text{ m} \Rightarrow h_3 = 47,666 \text{ m}$$

Vom Punkt C aus ($s_i \equiv a_1$):

$$H_{To4} = 147,320 \text{ m}$$

$$H_{Tu4} = 99,643 \text{ m} \Rightarrow h_4 = 47,677 \text{ m}$$

$$h = \frac{1}{4} \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) = 47,666 \text{ m}$$

$$\text{Höhe des Turms: } H = h + 3,00 \text{ m} = 50,666 \text{ m}$$

4.5. Statistik

4.5.1 Standardabweichung einer Einzellhöhe und des arithmetischen Mittels

v = Abweichung vom arithmetischen Mittel

$$h = 47,666 \text{ m}$$

Einzellhöhen [m]	v [mm]	v^2 [mm ²]
47,657	9	81
47,663	3	9
47,666	0	0
47,677	-11	121
	$\Sigma -1$	$\Sigma 211$

$$s_h = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-1}} = 8,39 \text{ mm}$$

$$s_h^- = \frac{s_h}{\sqrt{n}} = \frac{s_h}{2} = 4,19 \text{ mm}$$

4.5.2. Standardabweichung des Nivellements:

$v = \text{Satzmittel} - \text{Meßwert}$

h [m]	v [mm]	v ² [mm ²]
0,48	5	25
0,481	5	25
		$\Sigma 50$

$n = 2$

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}} = 0,00707 \text{ m}$$

$$s_m = \frac{s_x}{\sqrt{2}} = 0,005 \text{ m}$$

4.5.3. Horizintalwinkelmessung

Standardabweichung aus Doppelbeobachtungen

Satzmittel [gon]		d [mgon]	d ² [mgon ²]
4,997	5,006	-9	81
85,104	85,106	-2	4
85,536	85,536	0	0
90,759	90,759	0	0
			$\Sigma 85$

$n = 4$

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum d^2}{2n}} = \sqrt{\frac{85}{8}} = \pm 3,26 \text{ mgon}$$

$$s_m = \frac{s_x}{\sqrt{2}} = \pm 2,32 \text{ mgon} = 0,00232 \text{ gon}$$

4.5.4. Vertikalwinkelmessung

Standardabweichung aus Doppelbeobachtungen

Satzmittel [gon]		d [mgon]	d ² [mgon ²]
104,064	104,064	0	0
104,510	104,508	2	4
102,735	102,728	7	49
66,892	66,885	7	49
100,885	100,883	2	4
65,466	65,464	2	4
95,967	95,968	-1	1
100,691	100,689	2	4
64,227	64,227	0	0
95,418	95,418	0	0
			Σ 115

n = 10

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum d^2}{2n}} = \sqrt{\frac{115}{20}} = \pm 2,40 \text{ mgon} = 0,0024 \text{ gon}$$

$$s_m = \frac{s_x}{\sqrt{2}} = \pm 1,70 \text{ mgon} = 0,0017 \text{ gon}$$

4.5.5. Standardabweichung der Strecken

AB = 35,431 m

$$s_{A:B} = \pm \left(5 \text{ mm} + \left(\frac{5 \text{ mm} * 0,035431 \text{ km}}{1 \text{ km}} \right) \right) = \pm 5,17 \text{ mm}$$

AC = 34,656 m

$$s_{A:C} = \pm \left(5 \text{ mm} + \left(\frac{5 \text{ mm} * 0,034656 \text{ km}}{1 \text{ km}} \right) \right) = \pm 5,17 \text{ mm}$$

4.5.6. Standardabweichung einer Einzelhöhe nach dem Varianzfortpflanzungsgesetz

$$h_3 = h_{To3} - h_{Tu3} = (H_A + a_2 \cot z_{B,To}) - (H_A + a_2 \cot z_{B,Tu}) = a_2 (\cot z_{B,To} - \cot z_{B,Tu})$$

$$h_3 = c_2 \frac{\sin \mathbf{a}_2}{\sin(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2)} (\cot z_{B,To} - \cot z_{B,Tu}) = AB \cdot \sin z_{A,B} \frac{\sin \mathbf{a}_2}{\sin(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2)} (\cot z_{B,To} - \cot z_{B,Tu})$$

$$dh_1 = \left[\sin z_{A,B} \frac{\sin \mathbf{a}_2}{\sin(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2)} (\cot z_{B,To} - \cot z_{B,Tu}) \right] \cdot d(AB)$$

$$+ \left[AB \frac{\cos z_{A,B} \cdot \sin \mathbf{a}_2}{\sin(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2)} (\cot z_{B,To} - \cot z_{B,Tu}) \right] d \frac{z_{A,B}}{r}$$

$$+ \left[AB \sin z_{A,B} (\cot z_{B,To} - \cot z_{B,Tu}) \frac{(\cos \mathbf{a}_2 \sin(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2)) - (\sin \mathbf{a}_2 \cos(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2))}{\sin^2(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2)} \right] d \frac{\mathbf{a}_2}{r}$$

$$+ \left[AB \sin z_{A,B} (\cot z_{B,To} - \cot z_{B,Tu}) \frac{-\cos(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2)}{\sin^2(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2)} \right] d \frac{\mathbf{b}_2}{r}$$

$$+ \left[AB \sin z_{A,B} \frac{\sin \mathbf{a}_2}{\sin(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2)} \frac{-1}{\sin^2 z_{B,To}} \right] d \frac{z_{B,To}}{r} + \left[AB \sin z_{A,B} \frac{\sin \mathbf{a}_2}{\sin(200 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2)} \frac{1}{\sin^2 z_{B,Tu}} \right] d \frac{z_{B,Tu}}{r}$$

$$\mathbf{s}_{h_1}^2 = [\dots]^2 \mathbf{s}_{AB}^2 + [\dots]^2 \frac{\mathbf{s}_{\sin z_{A,B}}^2}{r^2} + [\dots]^2 \frac{\mathbf{s}_{\mathbf{a}_2}^2}{r^2} + [\dots]^2 \frac{\mathbf{s}_{\mathbf{b}_2}^2}{r^2} + [\dots]^2 \frac{\mathbf{s}_{z_{A,To}}^2}{r^2} + [\dots]^2 \frac{\mathbf{s}_{z_{A,Tu}}^2}{r^2}$$

$$\mathbf{s}_{h_1} = \sqrt{(0,45229 + 0,00013 + 0,30555 + 0,25815 + 0,15786 + 0,08496) \cdot 10^{-4}} = 1,12 \text{ cm}$$

4.6. Abschließende beurteilende Stellungnahme

Um eine noch höhere Meßgenauigkeit zu erreichen, sollten die Winkel α_i und β_i eigentlich in etwa 50 gon betragen sowie die Strecken c_i in ihrer Länge mit der Höhe des Turmes in etwa übereinstimmen. Dies war aber aufgrund des unwegsamen Geländes sowie der zahlreichen Sträucher und Bäume, die die Sicht von unseren „Wunschpunkten“ auf den Turm verdeckten, nicht möglich, so dass die Strecke c_i in etwa nur 2/3 der Länge des Turmes aufweisen konnten. Auch die Winkel waren alle mit etwa 85 gon viel zu groß. Zudem kam noch die schlechte Witterung, unter der ein negativer Einfluss auf die Entfernungsmessung des Tachymeter möglich ist.

Trotzdem kann die Gruppe mit ihren Meßergebnissen zufrieden sein, zumal die Standardabweichung der Turmhöhen gerade 8,39 mm beträgt.